



CHAMPS & PARTICULES



Alain Bouquet

Laboratoire AstroParticule & Cosmologie

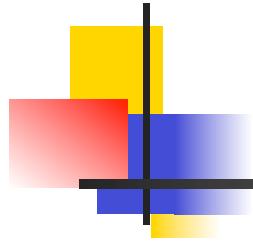
Université Denis Diderot Paris 7, CNRS, Observatoire de Paris & CEA



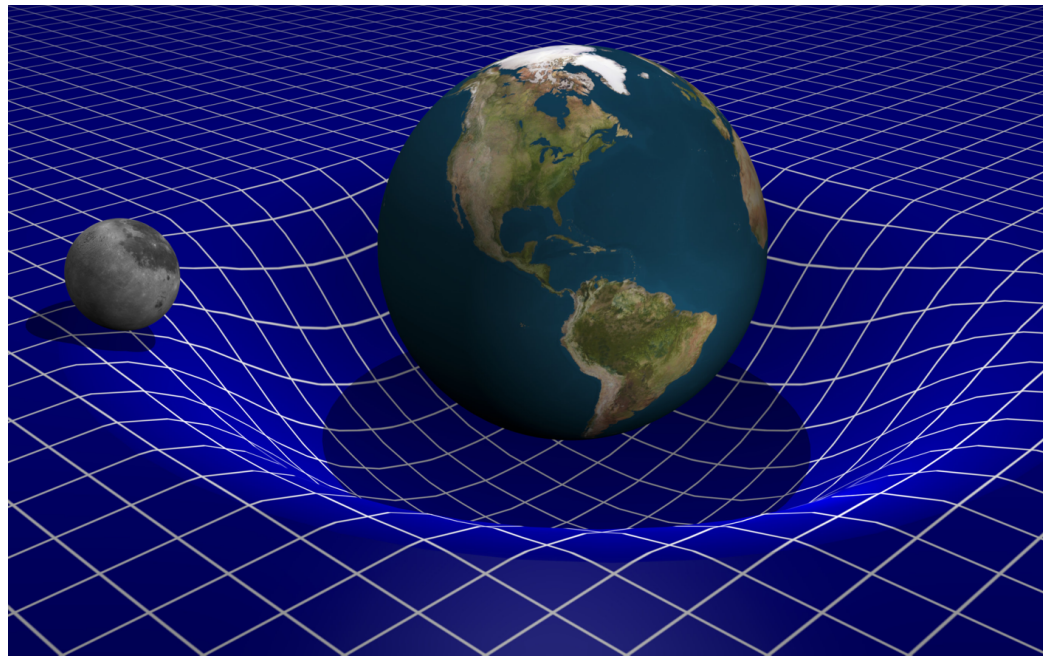


C'est vraiment le dernier cours ☹️





LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE



Principe d'équivalence

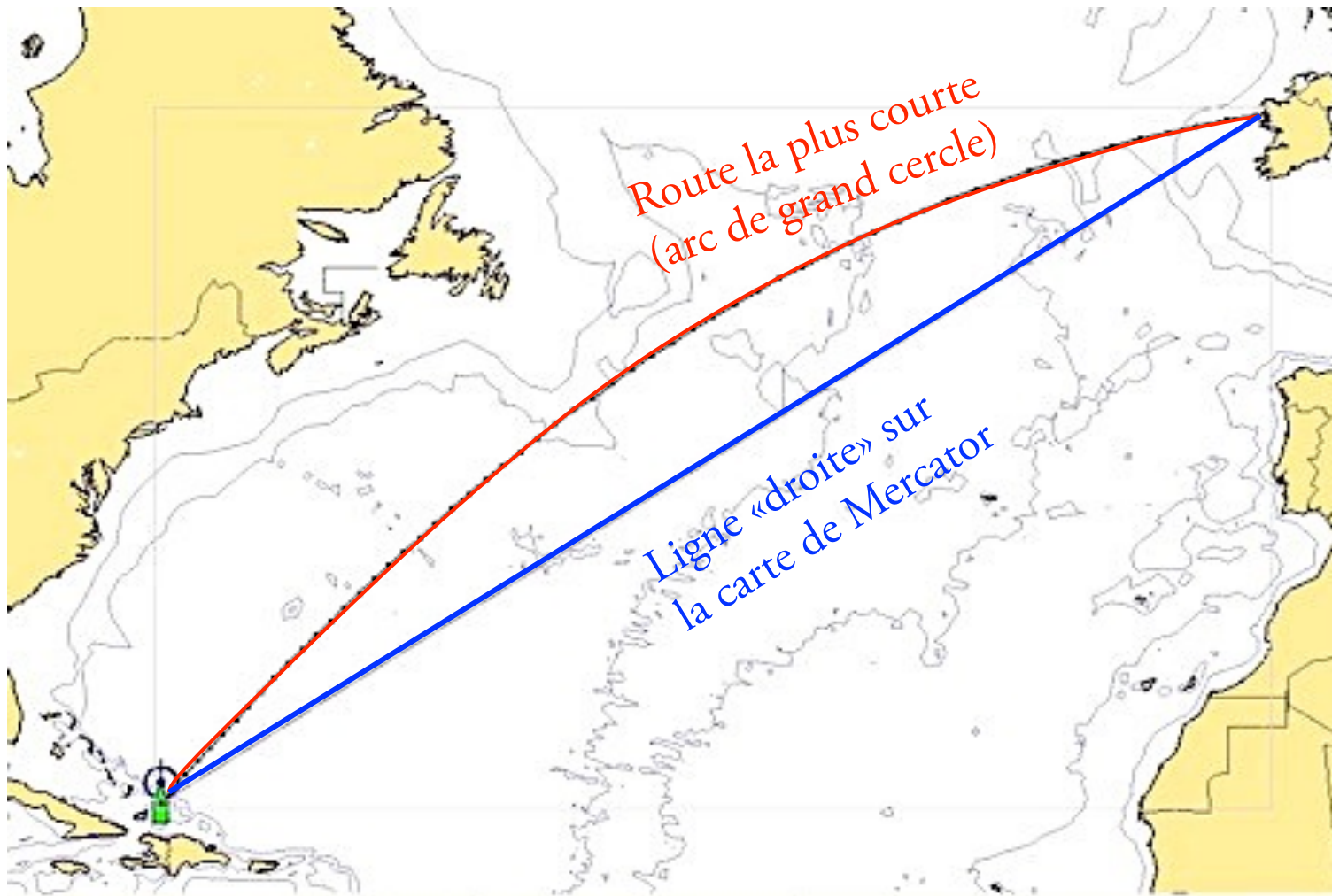
- **Tous les objets se déplacent de la même manière dans un champ de gravité**

$$\gamma = GM/r^2$$

- ⇔ le mouvement est **indépendant** de l'objet mis en mouvement
- ⇔ la gravité n'est *pas* une **force** mais une **accélération**
- comme les forces centrifuges, la force de Coriolis, ou celle qui vous envoie dans le pare-brise lors d'un coup de frein
- ⇔ elle n'existe pas dans le « bon » référentiel...
- ⇔ la gravité n'est *pas* une **propriété de l'objet** mais une **propriété du lieu**
- ⇔ elle peut entièrement s'interpréter comme une **courbure de l'espace-temps**
- ⇔ dans lequel un objet suit la trajectoire la plus droite possible (géodésique)



La ligne la plus droite



La relativité générale est une hydre à deux têtes

- **Géométrie** \Leftrightarrow métrique $g_{\mu\nu}$



- Pythagore !

- $\partial s^2 = \Sigma g_{\mu\nu} \partial x_\mu \partial x_\nu$

- $g_{\mu\nu} \Rightarrow R_{\mu\nu\rho\sigma}$ (tenseur de Riemann)

- $\Rightarrow R_{\mu\nu}$ (tenseur de Ricci)

- $\Rightarrow \mathbf{R}$ (scalaire de Ricci)

- $\Rightarrow G_{\mu\nu}$ (tenseur d'Einstein)

- **Dynamique** \Leftrightarrow matière $T_{\mu\nu}$

- Matière ordinaire (étoiles, tables...)

- Matière extraordinaire (noire...)

- Rayonnements en tous genres

- Énergie noire

- $\Rightarrow T_{\mu\nu}$ (tenseur énergie-impulsion)



$$G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$





Pour aller plus loin

- Lagrangien de la relativité générale

$$\mathcal{L} = \int d^4x \mathbf{R}(g_{\mu\nu})$$

- Modifier la relativité générale

- **changer la partie « géométrie »**
 - → constante cosmologique Λ
 - → tenseur plus complexe que \mathbf{G}
 - → termes en \mathbf{R}^2 ...
 - → dimensions supplémentaires

- **changer la partie matière**
 - → nouveaux champs de matière
 - → énergie du vide (énergie noire)

- **Aucune indication expérimentale** allant au-delà de la relativité générale la plus simple (sauf pour $\Lambda \Leftrightarrow$ énergie noire)

- Et la théorie quantique ?

- matière et rayonnement [→ $T_{\mu\nu}$]
- quantifier le champ de gravitation ?

- Théorie quantique en espace-temps courbe

- → entropie des trous noirs
- → rayonnement Hawking

$$\mathcal{L} = \int d^4x \{ \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi + \dots \}$$

$$\rightarrow \mathcal{L} = \int d^4x \{ \mathbf{g}_{\mu\nu} \partial^\mu \varphi \partial^\nu \varphi + \dots \}$$

- l'espace-temps est fixé *a priori* via $\mathbf{g}_{\mu\nu}$
- les solutions obtenues pour les champs de matière (φ, A_μ, \dots) diffèrent selon que l'espace est **plat** (Minkowski), en **expansion** (Robertson-Walker), au voisinage d'une **masse** (Schwarzschild)



Les unités de Planck (1899)

- Les trois constantes fondamentales de la physique
 - la vitesse « de la lumière » c dimension LT^{-1} (longueur/temps)
 - la constante de Planck \hbar dimension ML^2T^{-1} (énergie•temps)
 - la constante de Newton G dimension $M^{-1}L^3T^{-2}$ (accélération•longueur²/masse)
- ➔ il est possible de construire un système « fondamental » d'unités à partir de c , \hbar et G

$$L_{\text{Planck}} = [\hbar G/c^3]^{1/2} = 1.616 \times 10^{-35} \text{ m}$$

$$M_{\text{Planck}} = [\hbar c/G]^{1/2} = 2.177 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

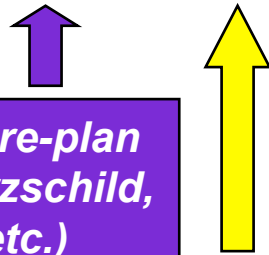
$$T_{\text{Planck}} = [\hbar G/c^5]^{1/2} = 5.391 \times 10^{-44} \text{ s}$$

- ➔ énergie de Planck $E_{\text{Planck}} = [\hbar c^5/G]^{1/2} = 10^{19} \text{ GeV} = 1.956 \times 10^9 \text{ J}$
- ➔ idée : les effets quantiques de la gravitation sont importants quand on approche de l'échelle de Planck (énergies $> 10^{19} \text{ GeV}$, distances $< 10^{-35} \text{ m}$, durées $< 10^{-44} \text{ s}$)

La gravitation comme théorie des champs banale ?

- Linéarisation indispensable

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$



Métrique fixe d'arrière-plan
(Minkowski, Schwarzschild,
Robertson-Walker, etc.)

Champ quantifié

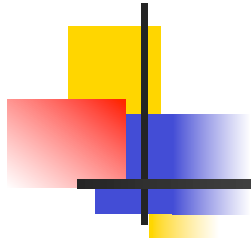
- Dans le lagrangien

- espace-temps **fixe** de métrique $\eta_{\mu\nu}$
- champ $h_{\mu\nu}$ de spin 2 et masse nulle
- auto-interactif avec un couplage \sqrt{G}_{Newton}

- **Elaboration longue et difficile**

- Rosenfeld (1930), Pauli & Fierz (1939), Gupta (1952)
- Feynman (1963) : théorie à l'ordre zéro = RG linéarisée, mais **unitarité violée** à une boucle
- DeWitt (1964-1967) : unitarité à une boucle [avec « fantômes » de Fadeev-Popov]
- t'Hooft [1973] : divergence à une boucle et **non-renormalisabilité**
- Stelle (1977) : renormalisabilité à une boucle mais au prix de l'unitarité
- Compensation fermion-boson des divergences par **supersymétrie** (1976)
- Plusieurs supersymétries : supergravité N=8 (Cremmer-Julia-Scherk 1978) équivalente à N=1 en 11 dimensions

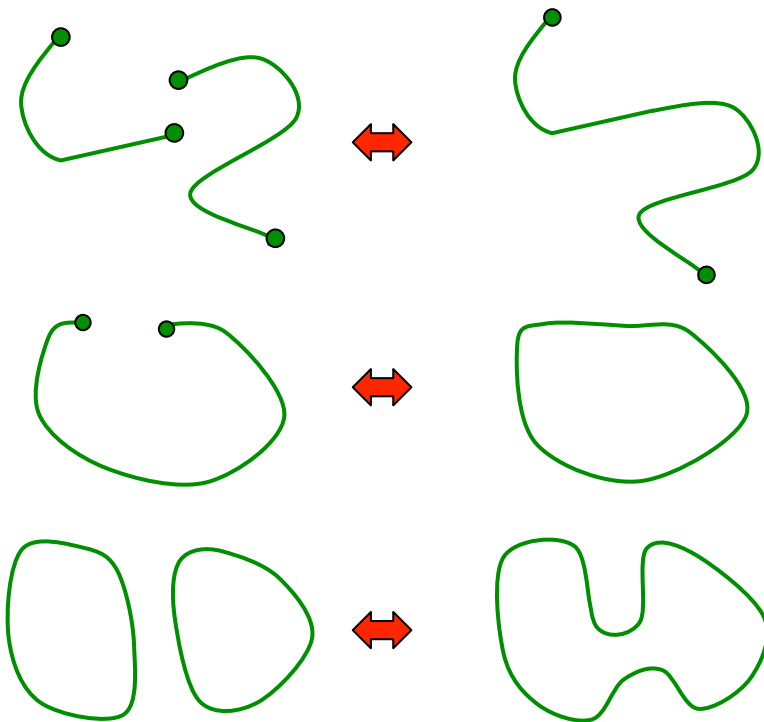
«La physique est achevée» (Hawking 1980)



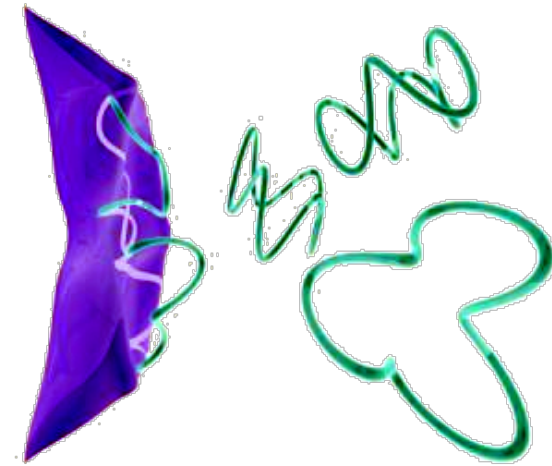
CORDES ET BRANES

Cordes et branes

- À très courte distance :
particule ponctuelle → corde étendue
- Interaction : fusion/scission de cordes



- Corde à 1 dimension, pourquoi pas des « branes » à 2, 3, 4... dimensions ?

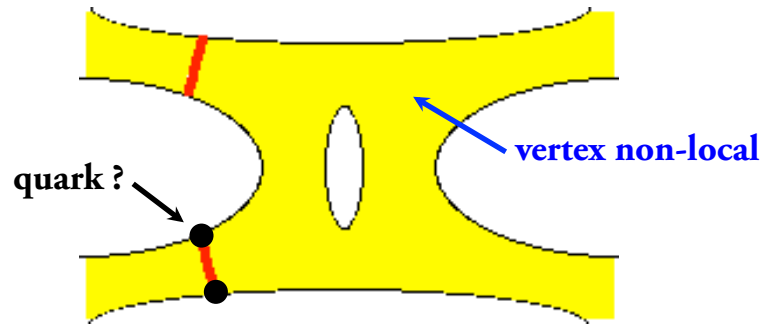


- Idée
 - notre univers est une 4-brane
 - les cordes ouvertes (→ particules) sont ancrées sur la brane
 - les cordes fermées (→ gravitation) se propagent en dehors

Pourquoi une corde ?

- Particules ponctuelles \Leftrightarrow distances $\rightarrow 0$

- \Leftrightarrow énergies $\rightarrow \infty \Leftrightarrow$ divergences
- \rightarrow particules étendues (Dirac 1962)
- + modèles en vogue dans les années 1960 pour l'interaction forte



- Chew (1961), Veneziano (1968)
- difficultés expérimentales ☹ \rightarrow abandon en faveur de QCD
- Scherk, Schwarz, Toneya (1974) : théorie de la gravitation ?
- gravitation \Leftrightarrow échelle de Planck

- Corde ouverte

- libre
- spectre de vibrations
- = « tour » de particules masse 0
- masse M_{planck}
- etc.



- interaction : fusion/scission de cordes
- et les charges électriques ?
- nombres quantiques attachés aux extrémités \rightarrow groupes de symétrie

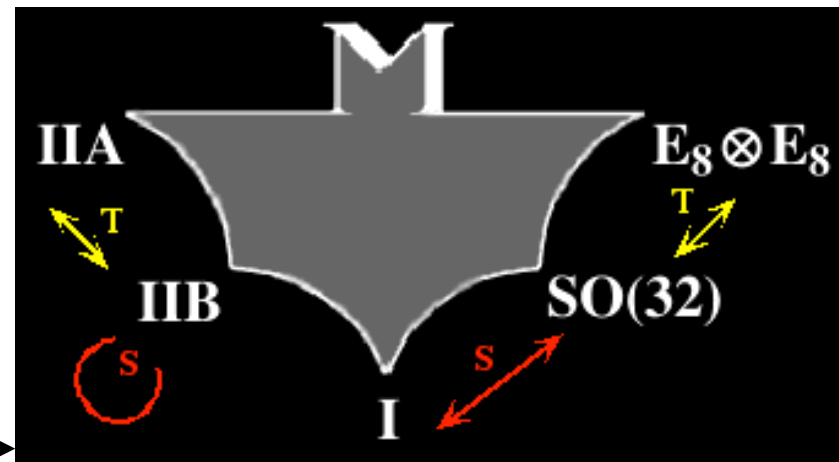
- Corde ouverte \rightarrow corde fermée

- Corde fermée \rightarrow graviton de spin 2

Supercordes

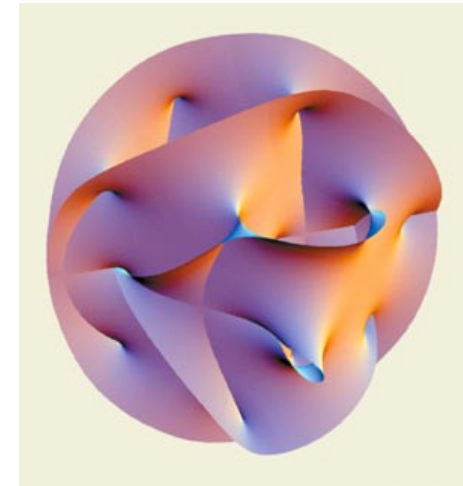
- Vibrations d'un corde \Rightarrow degrés de liberté *bosoniques* (spins 0, 1, 2...)
- Et les fermions ? \Rightarrow supercordes
 - coordonnées spinorielles (anticommutantes) sur la corde
 - **supersymétrie** boson \Leftrightarrow fermion
- Difficultés ou succès éclatant ?
 - espace-temps de **dimension 10** = 1+9
 - groupe de jauge restreint à
 - SO(32) Green & Schwarz (1984)
 - E(8)xE(8) Gross *et al.* (1985)
 - pour compenser les « anomalies »
- \Rightarrow *seulement* 5 théories possibles
 - I cordes ouvertes, SO(32)
 - IIA cordes fermées non chirales
 - IIB cordes fermées chirales
 - hétérotique O cordes fermées chirales
 - hétérotique E cordes fermées chirales
- et elles semblent des variantes d'une *même* « théorie M » sous-jacente ?

Dualité S : couplage $g \Leftrightarrow 1/g$
 Dualité T : distance $d \Leftrightarrow 1/d$



10 dimensions, c'est 6 de trop !

- ➔ rendre les 6 dimensions supplémentaires repliées sur elles-mêmes de manière compacte
- ➔ très nombreuses façons de le faire
 - sphères S_6
 - espaces de Calabi-Yau
 - orbifolds
- ➔ $\sim 10^{500}$ solutions possibles = « paysage » (*landscape*)

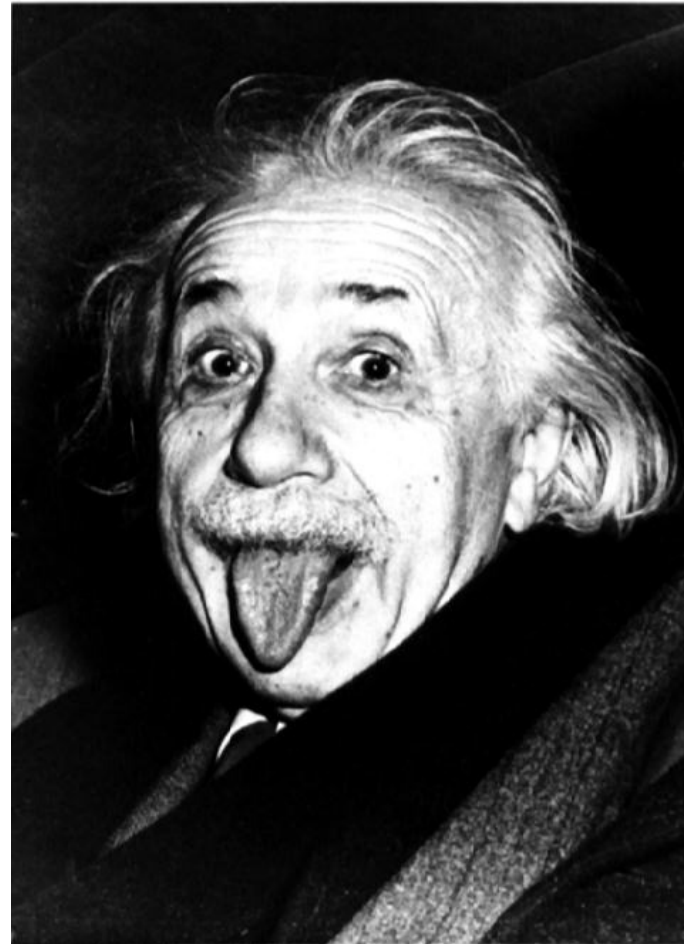


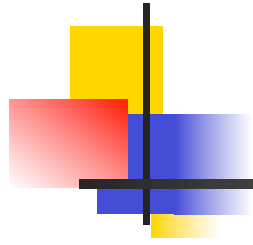
correspondant chacune à une physique très différente

- ➔ ou admettre que ces dimensions supplémentaires sont bien présentes et trouver une explication au fait qu'elles ne sont pas décelables
- ➔ **branes**
et admettre que les particules qui nous constituent sont ancrées sur la brane et ne perçoivent les dimensions supplémentaires qu'à très courte distance

Horreur !

- On aboutit à une théorie qui **prévoit** un espace-temps à 10 dimensions
- Les conséquences physiques en 4 dimensions sont
 - extrêmement floues
 - (car tout semble possible)
 - et fort peu testables
- **On a perdu l'interprétation géométrique de la gravitation**
 - le principe d'équivalence est une simple coïncidence
- ➔ on a perdu Einstein !





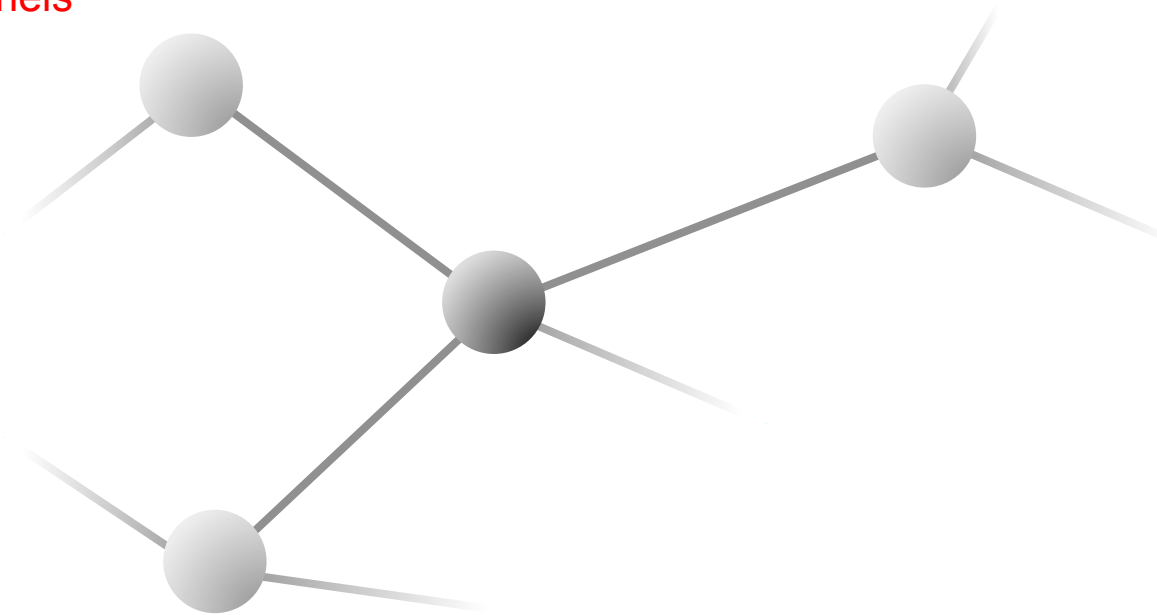
BOUCLES ET RÉSEAUX DE SPINS



Une longue histoire tourmentée

- Focalisée sur la gravitation (\Leftrightarrow il n'est **pas** question d'unification avec les autres interactions)
et sur l'**aspect géométrique** de la relativité générale
- Quantification « canonique » avec contraintes
 - invariance de Lorentz-Poincaré
 - invariance par reparamétrisation \Rightarrow équation de Wheeler-DeWitt (1967) $\mathbf{H}|\psi\rangle = 0$
 - mais l'équation n'est soluble pour la *fonction d'onde de l'univers* $|\psi\rangle$ que pour des cas extrêmement simples
- 1983 : tentatives \pm abouties de Hawking et Hartle
- 1986 : nouvelle paramétrisation par Ashtekar
- 1994 : Smolin, Rovelli & Co. montrent que
 - l'équation de Wheeler-DeWitt dans les variables d'Ashtekar a des **boucles** comme solutions
 - les **opérateurs** associés à la surface et au volumes ont des valeurs propres quantifiées
- \Rightarrow développement du formalisme des **réseaux de spins**

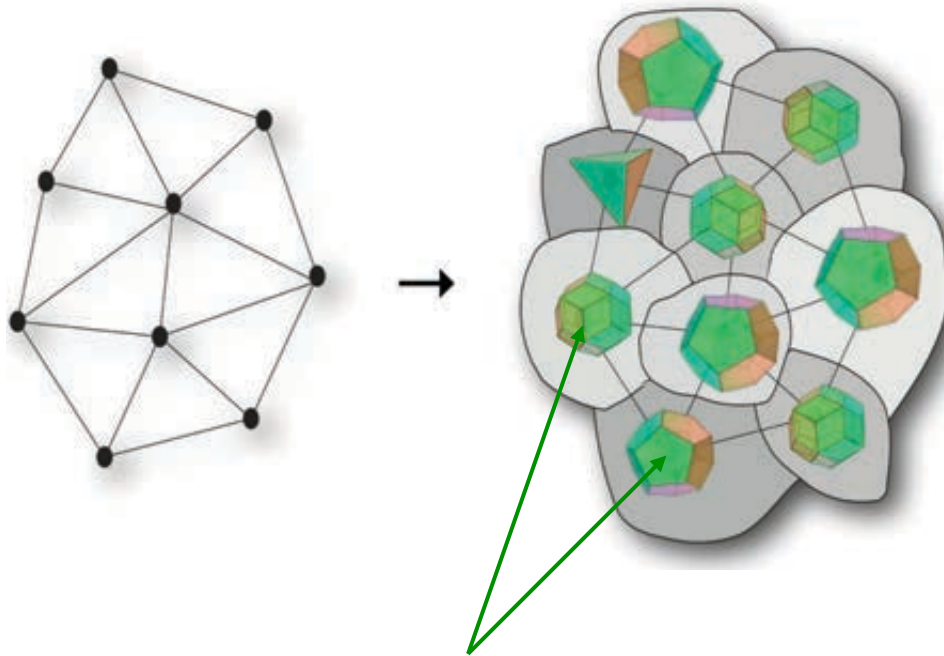
- L'espace des états (de l'espace-temps) est défini à partir de graphes (réseaux) **tridimensionnels**



- les liens portent des indices de $SU(2) \Leftrightarrow$ « spins »
- et les vertex des tenseurs de $SU(2) \Leftrightarrow$ comment les liens se connectent

Discrétisation de l'espace

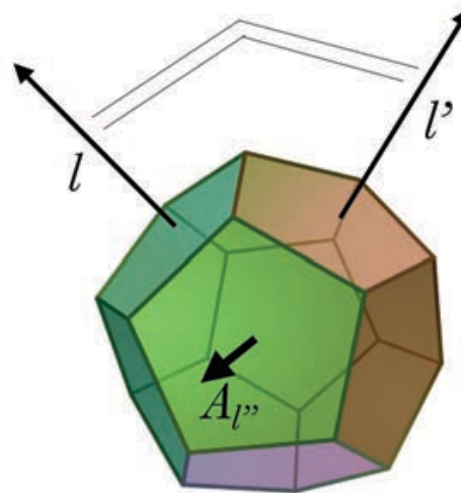
- Dual du réseau de spins \rightarrow cellules polyédriques



- On peut considérer ces polyèdres comme des *quanta d'espace*
- Ils ne sont pas *dans* l'espace, ils **sont** l'espace

Géométrie quantique

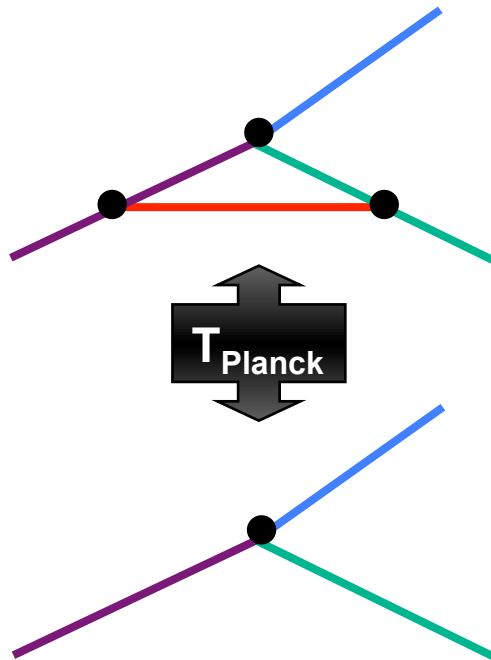
- La géométrie de chaque polyèdre est définie par des paramètres (angles et surfaces) qui ne commutent pas nécessairement \Rightarrow inégalités du type de Heisenberg



- Un état quelconque de l'espace est une **superposition linéaire** de différents réseaux de spin
- Les opérateurs de surface et de volume ont un spectre discret
 - $S = 8\pi\gamma \hbar G/c^3 [j(j+1)]^{1/2} = 8\pi\gamma L_{\text{Planck}}^2 [j(j+1)]^{1/2} \quad j = 0, \frac{1}{2}, 1 \dots$
 - et Volume $\sim L_{\text{Planck}}^3$

L'espace-temps

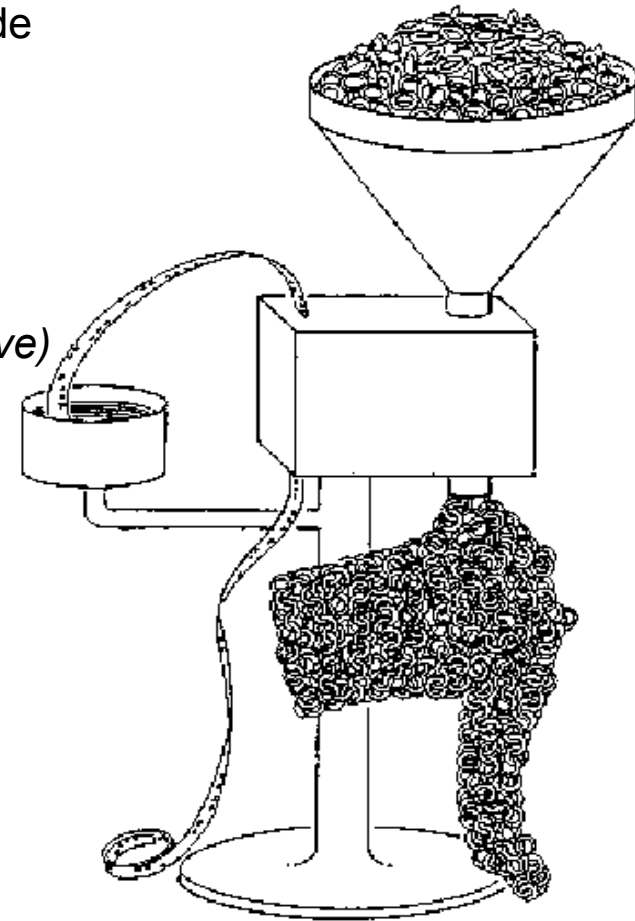
- Réseau de spins = espace
- Espace-temps → « mousse de spins »
- Changement des connexions = temps



- Évolution → amplitudes de transition d'un état à un autre

L' espace-temps est-il une cotte de mailles?

- À petite échelle, l'espace-temps est une superposition quantique de boucles/mailles formant des réseaux de spin
 - Les mailles ont une taille finie \Rightarrow les **amplitudes de transition** sont bien définies (pas de divergence)
 - A grande échelle l'espace – et l'espace-temps – semblent (peut-être) continus comme un tissu (*weave*)
- Mais on ne sait pas si cela est toujours vrai, ou seulement dans des cas exceptionnels
- Et les autres interactions n'ont rien à voir avec la gravitation

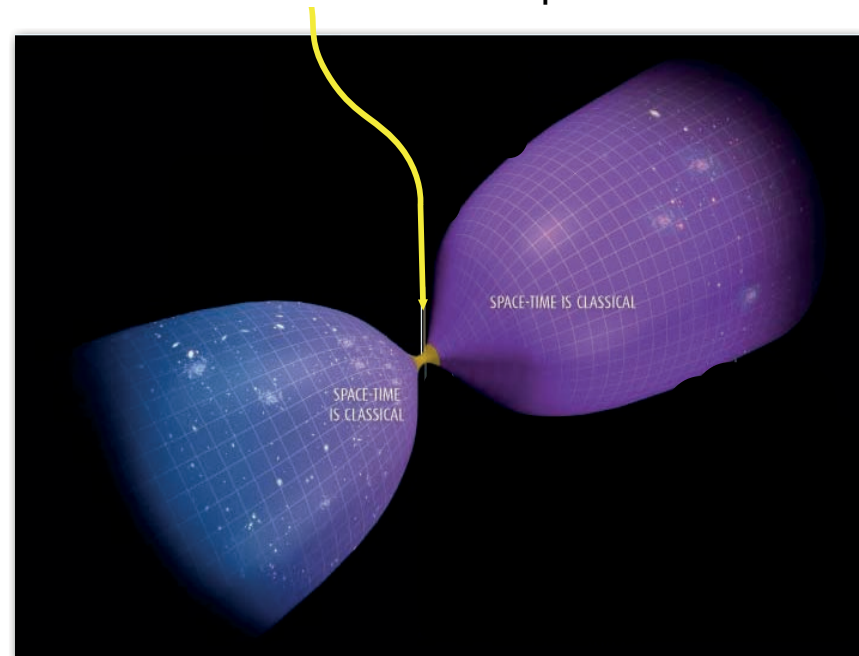


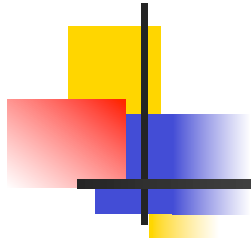
Cosmologie et gravitation quantique

- Dans la théorie des boucles, il y a une « distance » minimale, la longueur de Planck
- Le paramètre d'échelle a est quantifié : $a_n = a_1 \sqrt{n}$
- La densité d'énergie E est quantifiée, et ne diverge pas quand $n \rightarrow 0$
- ➔ pas de singularité : une contraction conduit à un rebond vers une expansion

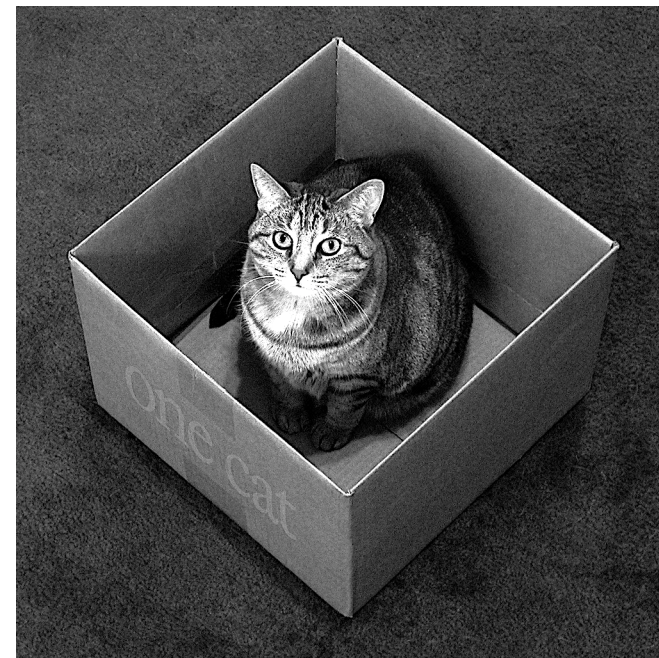
- Alternatives

- collision de branes (modèle ekpyrotique)
- T-dualité dans les théories de cordes entre a et $1/a$ (modèle de pré big bang)
- etc.

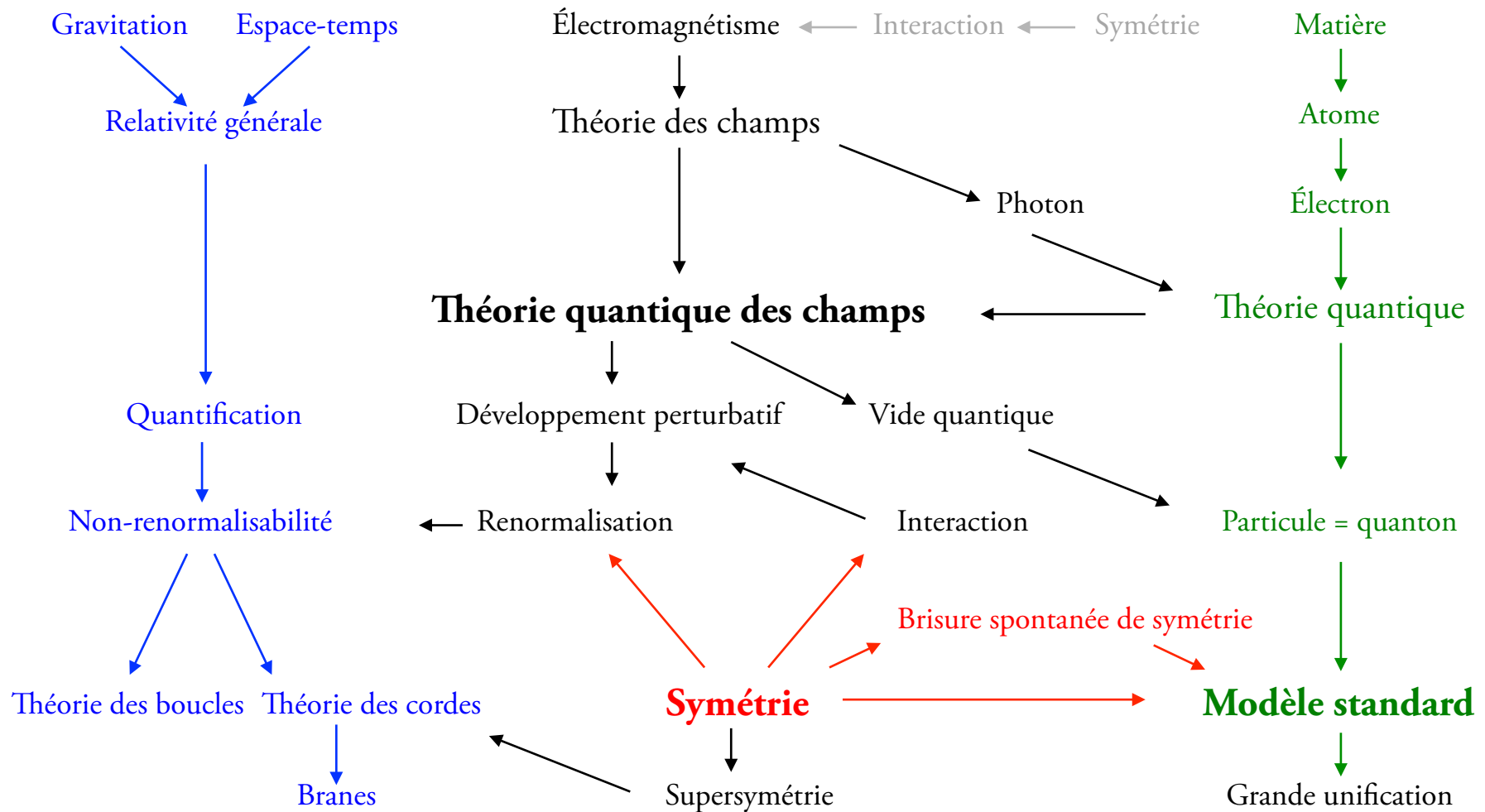




ÉPILOGUE

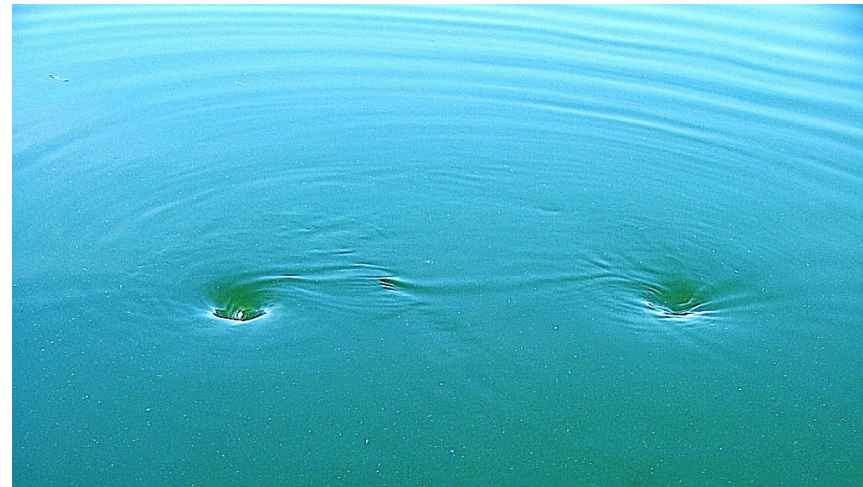


Une image valant mieux qu'un long discours...



Théorie des champs

- Continu et discontinu
 - oscillation permanente entre les deux termes de l'alternative
 - continu \Leftrightarrow plein \Leftrightarrow unité mais divisibilité à l'infini
 - discontinu \Leftrightarrow vides \Leftrightarrow pluralité mais atomes indivisibles
- Champs
 - étendu dans tout l'espace-temps \rightarrow continu (plenum)
 - *on pourrait réécrire une bonne part de la physique d'Aristote en termes de champs*
 - Faraday : pas de forces entre particules : particule \rightarrow champ \rightarrow lequel agit sur une autre particule
 - \leftarrow Maxwell, Einstein ...
- Mais ensuite long détour par les **particules**
 - électron, photon
 - noyaux, proton, neutron
 - neutrino, pion, muon ...
 - quarks ...
 - de plus en plus fondamentales ?



Théorie quantique

- Espace **vectorel** des états physiques

- → **superposition des états possibles**
- → interférences

- sur lequel agissent des **opérateurs**

- → vecteurs propres et valeurs propres (à l'occasion discrètes)
- non-commutation → Heisenberg $\Delta x \Delta p > \hbar/2$
- → longueur de Compton $L_C = \hbar/mc$

- **courte distance** ⇔ **haute énergie**

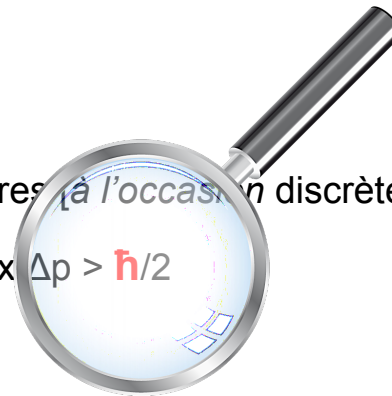
- passage d'un état à un autre → équation de Schrödinger $i \hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = H |\psi\rangle$

- → **champs d'opérateurs**

- → vide quantique → **quants** de position spatiotemporelle (ou d'impulsion-énergie) donnée

$$\varphi(x,t) = \sum_k a_k^\dagger e^{ikx} + a_k e^{-ikx}$$

- symétrie locale → interaction → développement en perturbations → renormalisation (**ou non**)



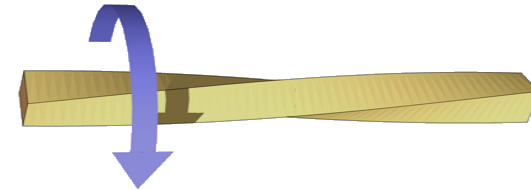
Symétries

■ Symétries globales

- transformation **identique en tout point de l'espace-temps**
- spatiotemporelles \rightarrow Lorentz-Poincaré, parité, conjugaison de charge, renversement du temps
- internes \rightarrow isospin (proton \leftrightarrow neutron) \rightarrow saveur

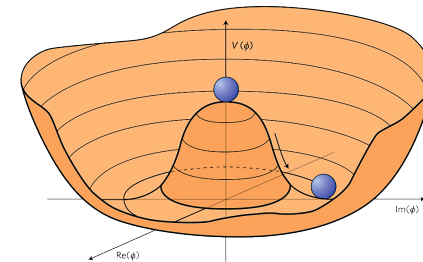
■ Symétries locales

- transformation **variant d'un point à un autre**
- spatiotemporelles \rightarrow relativité générale
- internes \rightarrow **interactions** \rightarrow théories de jauge \rightarrow électromagnétisme, interaction électrofaible, interaction forte (QCD)



■ Brisures de symétrie

- explicites \rightarrow arbitraire, problèmes avec la renormalisabilité
- spontanées \rightarrow mécanisme de **Nambu, Higgs & co.**
- \rightarrow interactions différenciées
- \rightarrow masses pour les quanta des champs de jauge
- \rightarrow masses pour les quanta des champs de matière



■ \rightarrow modèle standard de la physique des particules

Ce dont on n'a pas parlé

- L'être et le néant
 - pourquoi y a-t-il quelque chose plutôt que rien ?
 - la création du monde est-elle inévitable ?
 - la réponse est 42, mais quelle est la question ?
- L'irréversibilité du temps
 - pourquoi ne peut-on pas faire d'œufs avec des omelettes ?



- Les paradoxes quantiques
 - il n'y a pas que le chat de Schrödinger !
- L'élégance en science
 - la beauté est dans l'œil de celui qui regarde (→ motivation de Platon à Dirac)
 - mais elle est un *guide trompeur* : les planètes ne décrivent pas des cercles mais des trajectoires très complexes
 - le modèle standard n'est pas très élégant, et probablement incomplet, comment aller au-delà ?

Merci de votre attention !

