CHAMPS & PARTICULES

SYMÉTRIES ET CHAMPS DE JAUGE

Alain Bouquet

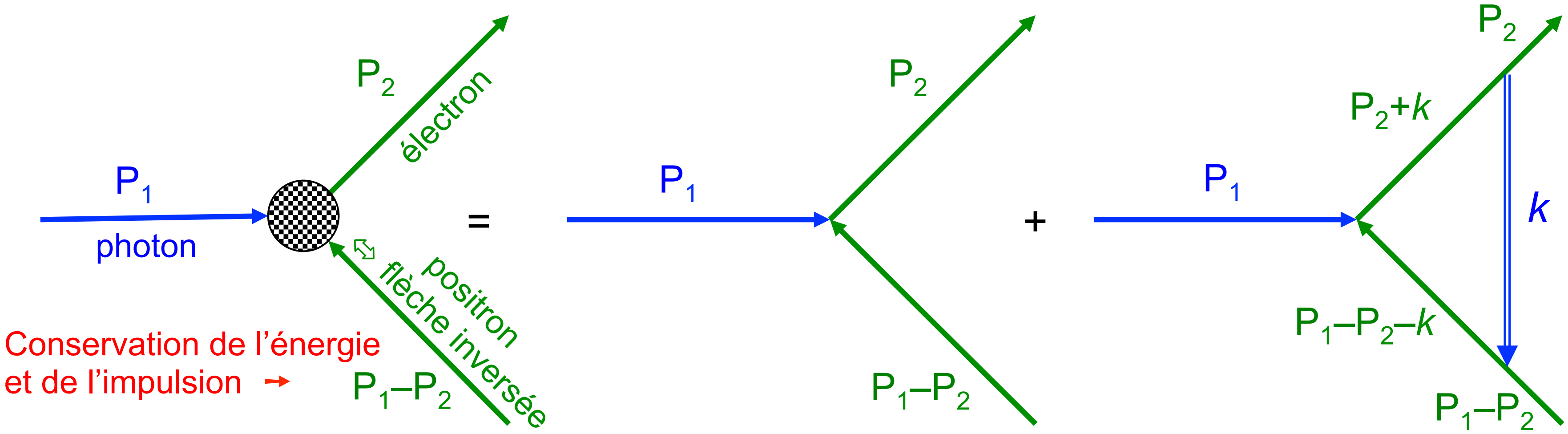
Laboratoire AstroParticule & Cosmologie

Université Denis Diderot Paris 7, CNRS, Observatoire de Paris & CEA

RENORMALISATION

La source des infinis

- Les boucles !
- Par exemple : création d'une paire électron-positron par un photon gamma



- La quadri-impulsion k n'est pas déterminée ⇒ somme sur toutes les valeurs possibles
- Propagateurs $\Rightarrow \int k^3\,dk \boxed{\frac{1}{P_2+k+m}} \bullet \boxed{\frac{1}{k^2}} \bullet \boxed{\frac{1}{P_1-P_2-k+m}} \sim \lim_{\Lambda\to\infty} \int_0^{\Lambda} \frac{dk}{k} = \boxed{\lim_{\Lambda\to\infty} \ln(\Lambda)}$

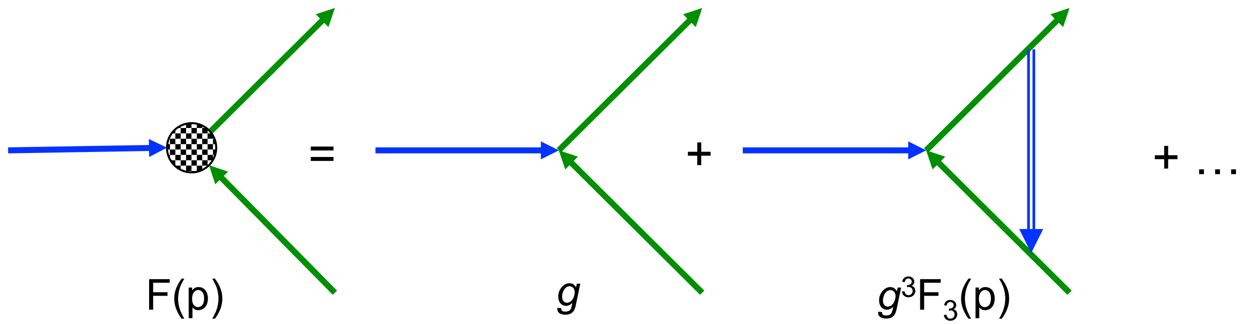
Régularisation

- ⇔ Rendre convergentes les intégrales au moyen d'un « régulateur »
- Puis se débarrasser du régulateur à la fin des calculs
  - ➡ résultat désormais fini : tout va bien, les infinis se sont compensés
  - ➡ résultat encore infini : tout va mal, la théorie n'est pas utilisable sans renormalisation
- **Régulateurs**
- Arrêter toutes les intégrales en quadri-impulsion à une valeur « de coupure » Λ
  - *à la fin*, on fera $\Lambda \to \infty$
  - ± justifié physiquement par l'idée que la théorie examinée cesse d'être valable à très haute énergie ⇔ très courte distance
- Changer (fictivement !) la dimension de l'espace-temps de 4 à d , et choisir bien sûr d de sorte que les intégrales convergent
  - *à la fin*, on fera $d \to 4$
- Et bien d'autres méthodes encore…

Renormalisation

- Exemple: couplage photon-électron-positron, quantité mesurable F(p) dépendant *a priori* des impulsions entrantes et sortantes p
- ➡ développement en série de puissances du couplage «nu» *g* (celui du lagrangien)

$$F(p) = g + g^2 F_2(p) + \ldots + g^n F_n(p) + \ldots$$



- Régularisation: coupure à p = Λ

$$\Rightarrow F_\Lambda(p) = g + g^2 F_{\Lambda 2}(p) + g^3 F_{\Lambda 3}(p) + \ldots + g^n F_{\Lambda n}(p) + \ldots$$

- où les termes $F_{\Lambda n}$ divergent en Log(Λ) [ou Λ^D] quand le régulateur $\Lambda \to \infty$
- *NB: selon la régularisation choisie (coupure, dimensionnelle…) les calculs intermédiaires sont très différents, mais le résultat de la renormalisation est le même*

Renormalisation (suite)

- Le couplage est expérimentalement mesurable, pour une impulsion p=μ par exemple
- Classiquement, on écrirait $F(\mu) = g$ déterminant ainsi le paramètre g du lagrangien
- L'hypothèse de renormalisabilité est que
  - le remplacement $g \rightarrow F(\mu) = g_R$ rend finie la correction
  - *ainsi que les corrections suivantes*
- Partant du développement en série

$$F_\Lambda (p, g, \Lambda) = g + g^2 F_{\Lambda 2}(p) + \ldots + g^n F_{\Lambda n}(p) + \ldots$$

- on le réécrit en fonction de $F(\mu) = g_R$

$$F_\Lambda (p, g_R, \mu, \Lambda) = g_R + g_R^2 [F_{\Lambda 2} (p) - F_{\Lambda 2}(\mu)] + \ldots$$

- dans notre exemple $F_2 \propto \int dk/k \rightarrow F_{\Lambda 2} \propto \int dk/k^2$ ➡ intégrale *convergente* quand $\Lambda \rightarrow \infty$
- et le deuxième terme est maintenant fini s'il est exprimé en fonction du g_R *mesuré*

Renormalisation (suite et fin)

- Au 2° ordre

$$F_\Lambda\,(p, g_R, \mu, \Lambda) = g_R + g_R^2\,[F_{\Lambda 2}(p) - F_{\Lambda 2}(\mu)] + \dots$$

- Notons que
  - la renormalisation revient à compenser le terme infini $F_{\Lambda 2}(p)$ par un autre terme infini $F_{\Lambda 2}(\mu)$
  - le terme infini $F_{\Lambda 2}(p)$ dépend *a priori* de p tandis que $F_{\Lambda 2}(\mu)$ est indépendant de p
  - compensation non garantie ➡ *toute théorie n'est pas renormalisable*
  - renormaliser à l'ordre g_R^2 n'implique pas que les ordres suivants soient aussi finis
  - ce n'est pas garanti ➡ *toute théorie n'est pas renormalisable*
- Au 3° ordre

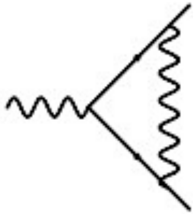
$$F_\Lambda\,(p, g_R, \mu, \Lambda) = g_R + g_R^2\,[F_{\Lambda 2}(p) - F_{\Lambda 2}(\mu)] + g_R^3\,[F_{\Lambda 3}(p) - F_{\Lambda 3}(\mu) - 2\,F_{\Lambda 2}(\mu)\,[F_{\Lambda 2}(p) - F_{\Lambda 2}(\mu)]]$$

- Théorie renormalisable :

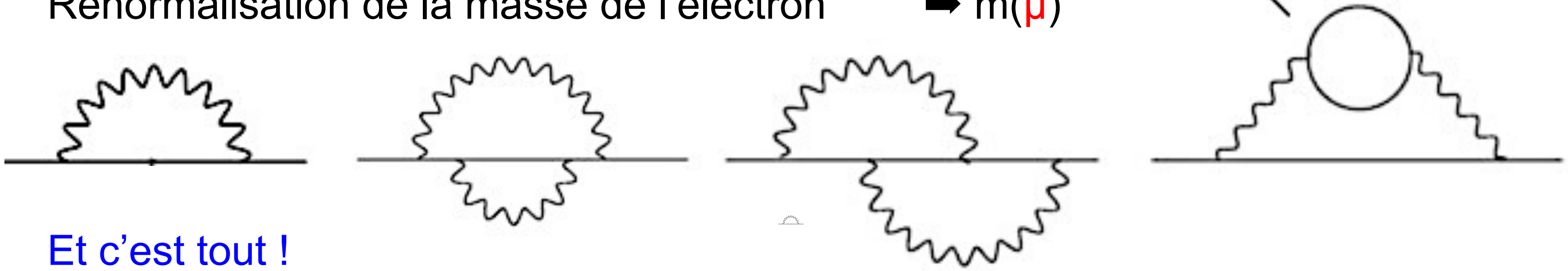
$$F\,(p, g) \;\xrightarrow{\text{RÉGULARISATION}}\; F_\Lambda\,(p, g, \Lambda) \;\xrightarrow{\text{RENORMALISATION}}\; F_\Lambda\,(p, g_R, \mu, \Lambda) \;\Rightarrow\; F\,(p, g_R, \mu) \text{ fini quand } \Lambda \to \infty$$

Électrodynamique quantique (QED)

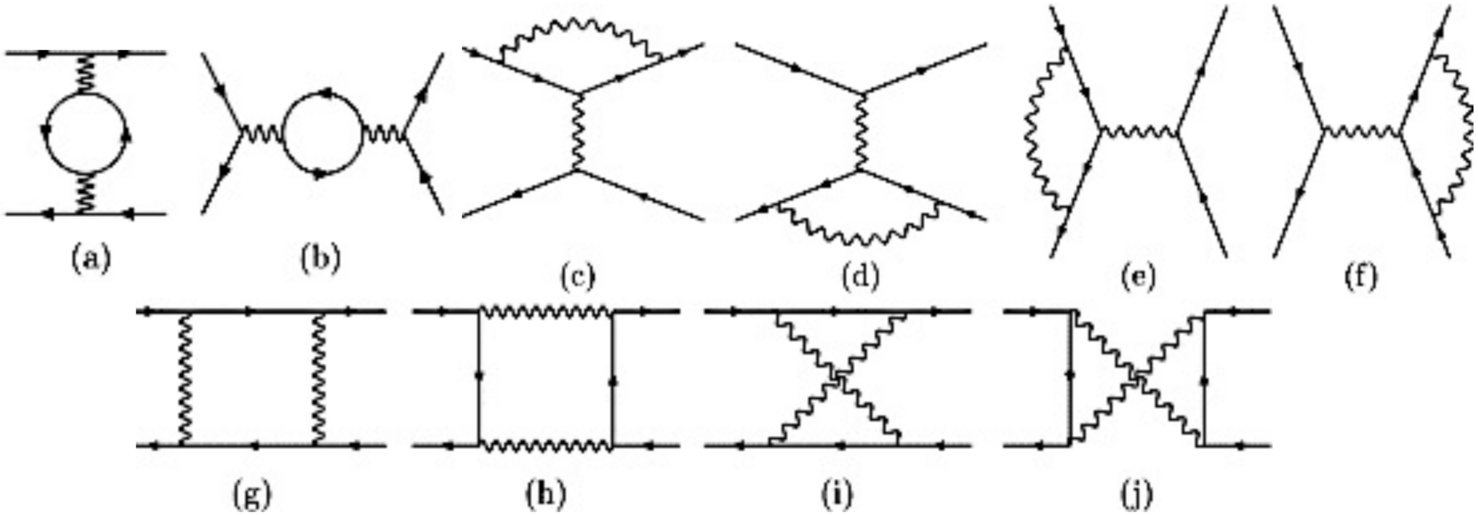
- Renormalisation de la charge électrique ➡ e(μ)



- Renormalisation de la masse de l'électron ➡ m(μ)



- Et c'est tout !
- Mais les calculs ne sont pas simples pour autant :
  - diagrammes à une seule boucle pour la diffusion électron-positron



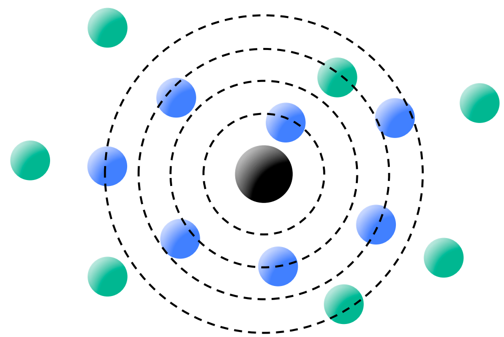
Le couplage varie avec l'échelle d'énergie (⇔ distance)

- Renormalisation de la charge e(μ) ⇔ polarisation du vide
  - la charge de l'électron dépend de l'énergie (⇔ distance) à laquelle on la mesure
  - basse énergie (Millikan) $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$
  - haute énergie (LEP) $\alpha = 1/128$

  Paires virtuelles électron-positron

  - positron attiré par l'électron central ⇒ plus proche
  - électron repoussé par l'électron central ⇒ plus loin

  ⇒ la charge apparente augmente près de l'électron



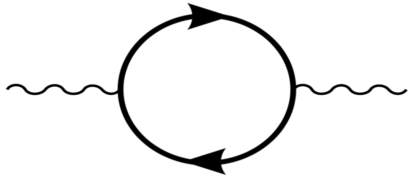
- La renormalisation d'une constante de couplage g conduit à une constante g_R dépendant de l'échelle d'énergie μ à laquelle elle est mesurée

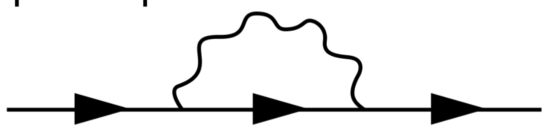
  g (et g_R) ont une dimension (énergie)^D ➡ $g_R/g \propto (\mu/\Lambda)^D$

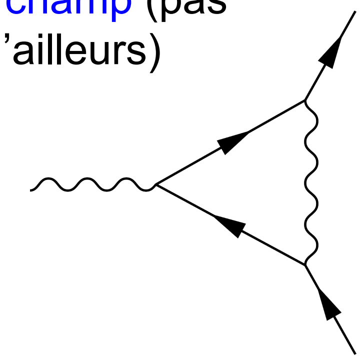
- D > 0 ➡ convergence de la série de perturbations à haute énergie (⇔ courte distance). Pour D = 0 ➡ variation *logarithmique* de $g_R(\mu)$
- ➡ la théorie est renormalisable

Succès de l'électrodynamique quantique et inquiétudes

- Comparer les prédictions de QED (à 4 et parfois 5 boucles) pour différents processus peut s'exprimer par la valeur correspondante de $\alpha^{-1} = \hbar c/e^2$
  - moment magnétique ➡ α^{-1} = 137.035 999 070 (98)
  - reculs atomiques ➡ m_e ➡ α^{-1} = 137.035 998 78 (91)
  - effet Hall quantique ➡ α^{-1} = 137.035 997 9 (3 2)
- QED n'est pas seulement une théorie des électrons et des photons : les quanta circulant dans les boucles peuvent être ceux de n'importe quel champ (pas nécessairement *directement* couplé au photon ou à l'électron d'ailleurs)







  - ➡ contraintes sur les champs inconnus ou postulés
  - ➡ estimations précises à 10% de la masse du quark top ou du boson de Higgs avant leur découverte
- Inquiétude : le couplage électromagnétique augmente avec l'énergie et devient infini pour une énergie *finie* (pôle de Landau) ➡ QED n'est pas valable à toute énergie ➡ théorie à modifier ou à revoir de fond en comble ?

Quelles théories *peuvent* être renormalisables ?

- ➡ Théories renormalisables ⇔ constante de couplage de dimension positive ou nulle
- Mais quelle est la *dimension* des constantes de couplage ?
- Action $S = \int d^4x \, \mathcal{L}(\varphi, \psi)$ sans dimension (avec $\hbar = 1$) ➡ $\mathcal{L}$ dimension $1/L^4 = E^4$
- $\mathcal{L}(\varphi, \partial_\mu\varphi) = \frac{1}{2} \partial_\mu\varphi \, \partial_\mu\varphi - \frac{1}{2} m^2 \varphi^2 + \mu\varphi^3 + \lambda \varphi^4$
  - ∂_μ dimension 1/L ➡ champ scalaire φ de dimension 1 (E^1)
  - ➡ terme m de dimension 1 (heureusement ! $E = mc^2$)
  - ➡ couplage μ de dimension 1
  - ➡ couplage λ de dimension 0

➡ **théories renormalisables** 😄

- $\mathcal{L}(\psi, \partial_\mu\psi) = \psi^* i \gamma_\mu \partial_\mu \psi - m \psi^* \psi - e \psi^* \gamma_\mu A_\mu \psi + G \psi^* \gamma_\mu \psi \; \psi^* \gamma_\mu \psi$
  - ➡ champ spinoriel ψ (fermions) dimension 3/2
  - ➡ terme m de dimension 1
  - ➡ champ vectoriel A_μ (électromagnétisme) dimension 1
  - ➡ couplage électromagnétique *e* de dimension 0
  - ➡ couplage pion-nucléon de dimension 0
  - ➡ couplage G de Fermi de dimension –2 ($\propto 1/m^2$)

➡ **théories renormalisables** 😄

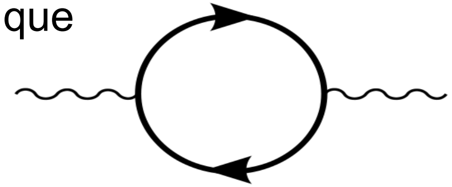
➡ **théorie non renormalisable** 😡

La masse nulle du photon

- En fait la renormalisabilité de l'électrodynamique quantique dépend crucialement de la masse nulle du photon (expérimentalement $m_\gamma < 10^{-18}$ eV)
- Lagrangien de l'électrodynamique :

$$\mathcal{L}(\psi, A_\mu) = \underbrace{\psi^* i \gamma_\mu \partial_\mu \psi - m \psi^* \psi}_{\text{électron libre}} - \underbrace{e \psi^* \gamma_\mu A_\mu \psi}_{\text{interaction électron-photon}} - \underbrace{\tfrac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} m_\gamma^2 A_\mu A_\mu}_{\text{photon libre}}$$

- où $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ est le tenseur électromagnétique (composantes **E** et **B**)
- Mais, *même s'il est mis à zéro dans le lagrangien*, un terme de masse $m_\gamma^2 A_\mu A_\mu$ est (ré)généré par les corrections radiatives telles que



- Il ne demeure identiquement nul par renormalisation que si une symétrie l'impose
- En l'occurrence une symétrie « de jauge » laissant invariant le lagrangien

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x) e^{i\alpha(x)} \qquad\qquad A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x)$$

Bilan provisoire

- 😄 Interaction électromagnétique : renormalisable, mais grâce à la symétrie de jauge
- 😡 Interaction faible : non renormalisable sous la forme de Fermi
- ➡ remplacer l'interaction de Fermi par l'échange d'un boson intermédiaire $W^{\pm}$?
  - masse nulle : théorie *peut-être* renormalisable, mais certainement non physique
  - masse non-nulle : théorie certainement non renormalisable
- 😡 Interaction forte
  - interaction nucléon-nucléon par échange de pion ➡ couplage $g_{NN\pi} \sim 15$ ➡ série divergente
  - ➡ efforts pour relier (par l'isospin) les réactions les unes aux autres
  - Yang et Mills (1954) : faire de l'isospin (proton ↔ neutron) une symétrie locale
  - ➡ nouveau méson de spin 1 comme vecteur de l'interaction *à la place du pion de spin zéro*
    - ➡ *peut-être* avec un couplage << 1 (➡ couplage effectif NNπ)
    - mais nécessairement de masse nulle (Pauli) ➡ abandon de l'idée
- ➡ abandon des théories quantiques des champs (autres que l'électrodynamique)

Deux voies successivement poursuivies…

- **Rendre plus rigoureuse la théorie des champs** (années 1950)
- ➡ théorie axiomatique des champs
  - revenir aux bases ➡ théorèmes exacts
  - définir une renormalisation mathématiquement correcte
  - exploiter les symétries ➡ identités
- Des succès brillants
  - théorème CPT (toute théorie quantique des champs est invariante sous CPT)
  - théorème spin-statistique (spin ½ entier ⇔fermion, spin entier ⇔ boson)
  - identités de Ward-Takahashi
- mais pas de percée décisive ➡

- ➡ **court-circuiter la théorie des champs** (années 1960)
- ➡ matrice S
  - état n ➢ état m ➡ amplitude S_{mn}
  - matrice unitaire $SS^\dagger = S^\dagger S = \Sigma_m|S_{mn}|^2 = 1$
  - Heisenberg 1943 : quelles propriétés de S sont indépendantes du comportement à courte distance
    - unitarité
    - linéarité (principe de superposition)
    - invariance relativiste
    - symétries internes
  - ajout (~ 1950) causalité ➡ analyticité
- ➡ cela suffit-il à déterminer le comportement de la matrice S ?
- ➡ de grands espoirs…

…avant de revenir à la théorie des champs

Une brève histoire de la théorie quantique des champs

Années 1920

Quantification du champ électromagnétique
Einstein, Dirac …

Années 1930

Apparition d'infinis dans les calculs
Interaction forte non perturbative

Années 1940

Renormalisation
Tomonaga, Schwinger, Feynman, Dyson…

Années 1950

Insatisfaction avec la renormalisation
Interaction faible non renormalisable
Zoo des particules

Années 1960

Alternatives: matrice S,
pôles de Regge, bootstrap

Années 1970

Théories de jauge = renormalisables
Mécanisme de Higgs
Unification électrofaible, chromodynamique

Années 1980

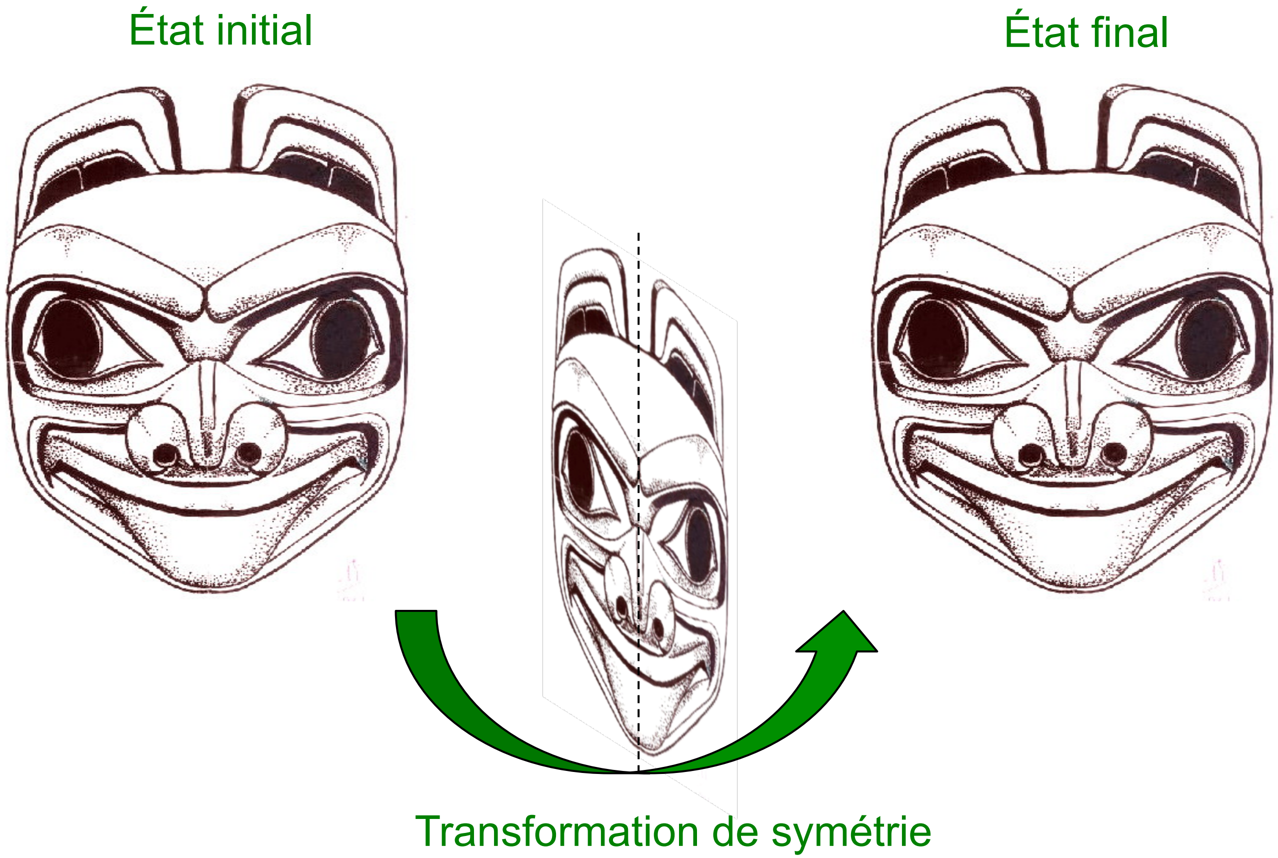
Groupe de renormalisation
Grande unification, supersymétrie…

Années 1990-2010

Théories des cordes
Théories conformes

SYMÉTRIES

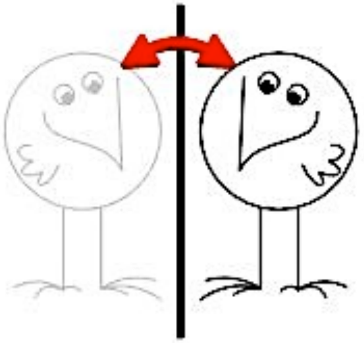
Symétrie ⇔ *invariance* de « quelque chose »



- Symétrie ⇔ invariance ⇔ arbitraire ⇔ redondance

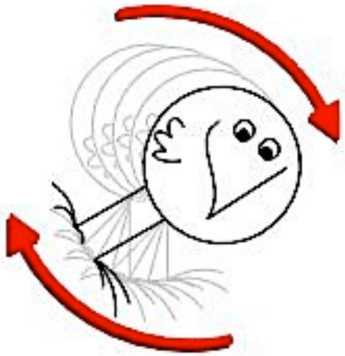
Isométries du plan

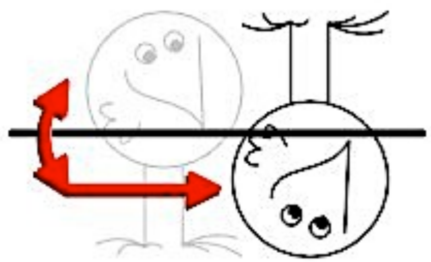
- Transformations du plan conservant les longueurs
- Miroir



➡ symétrie discrète (➡ groupe à 2 éléments)

- Translations
- Rotations
- Et leurs combinaisons



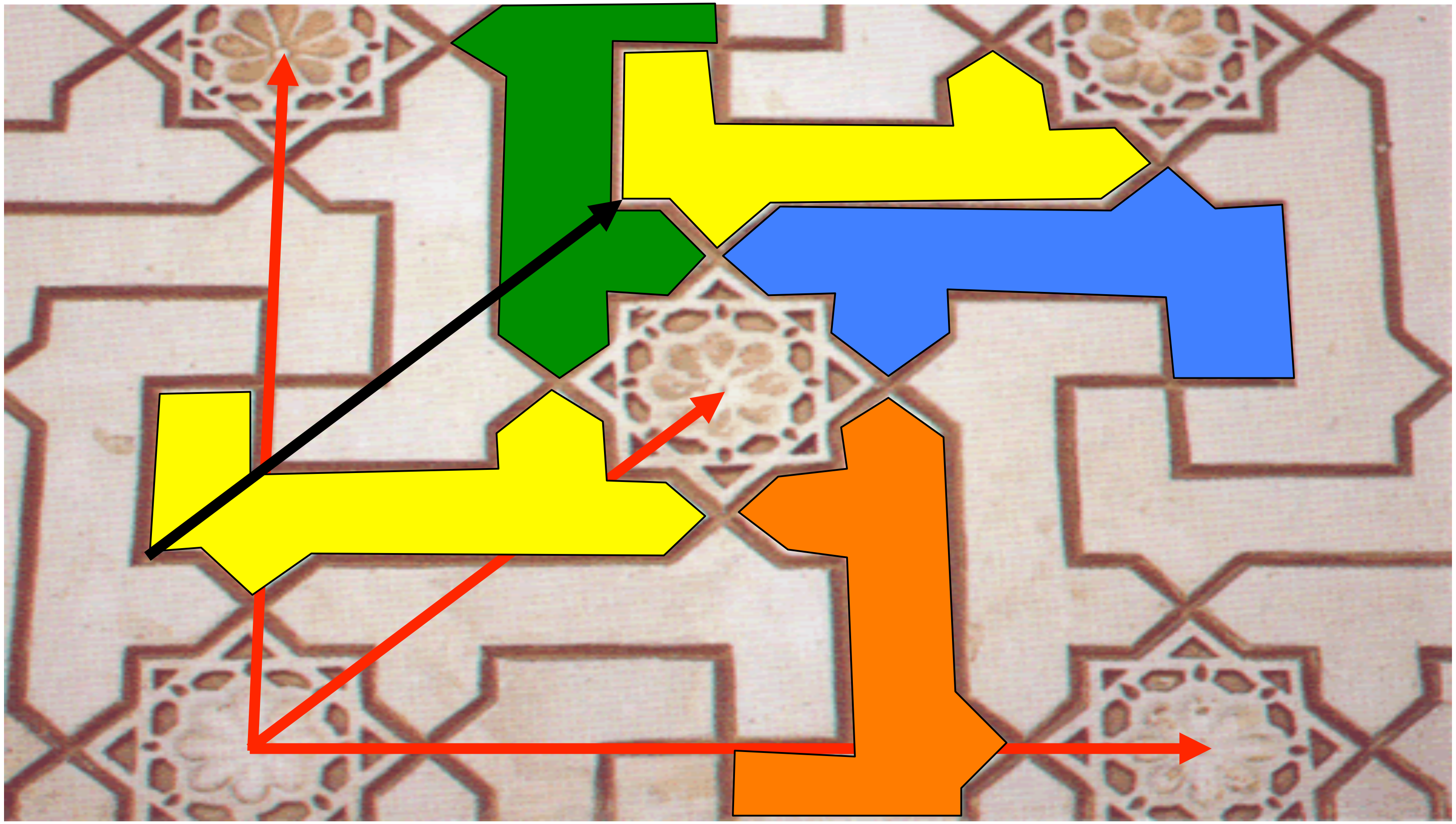


➡ symétrie continue

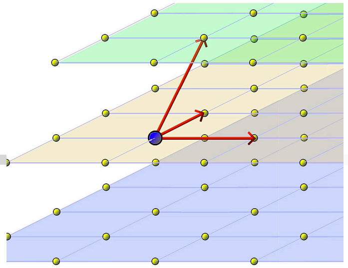
➡ symétrie continue

Pavage de l'Alhambra de Grenade

- Translations, rotations de 90°, et combinaisons



Symétries

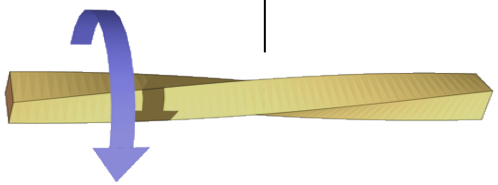


- Symétries discrètes
  - pavages, réseaux cristallins
  - parité P
    - x ➛ –x , y ➛ –y , z ➛ –z
    - ⇔ x ➛ –x + rotation 180°
    - ⇔ symétrie « du miroir »
  - renversement du temps T
  - conjugaison de charge C

- Symétries globales
  - transformation identique en tout point de l'espace-temps
  - spatiotemporelles ➡ Lorentz-Poincaré
  - internes
    - isospin (proton ↔ neutron)
    - ➡ saveur (u ↔ d ↔ s ↔ c ↔ b ↔ t)
    - isospin faible (e ↔ ν , u ↔ d)

- Symétries continues
  - indexées par un paramètre continu
  - translations
  - rotations
  - ➡ théorème de Noether

- Symétries locales
  - transformation variant d'un point à un autre
  - spatiotemporelles ➡ relativité générale
  - internes ➡ théories de jauge
    - électromagnétisme
    - interaction électrofaible
    - chromodynamique quantique (QCD)

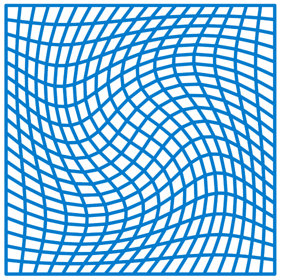


Symétries de l'espace-temps

- Isométries de l'espace de Minkowski
  - rotations spatiales
  - transformations de Lorentz
    - $v/c = \text{th}\,\theta$
    - $t \to t' = \text{ch}\theta\, t - \text{sh}\theta\, x$
    - $x \to x' = \text{sh}\theta\, t - \text{ch}\theta\, x$
    - rotation (hyperbolique) d'angle θ
- ➡ *groupe de Lorentz*
  - + translations spatiales
  - + translations temporelles
  - + PCT
- ➡ *groupe de Poincaré*
  - + dilatations
  - ➡ *groupe de Weyl*

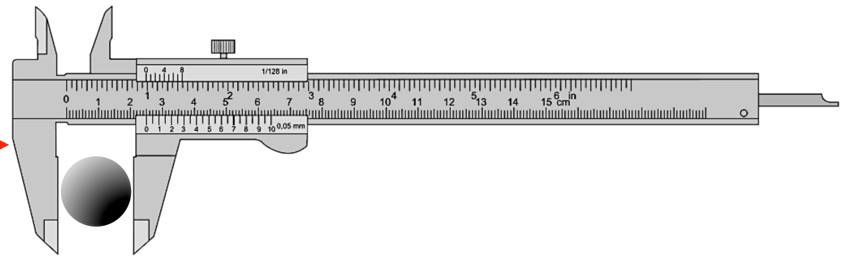
- Représentations du groupe de Poincaré (Wigner 1939)
  - énergie-impulsion ➡ masse M
  - moment angulaire J
    - représentations ½ entières ➡ spin
    - représentations entières
- Invariance par reparamétrisation
  - lois invariantes sous

    $x \to x' = f(x)$
  - avec f quelconque (mais différentiable et conservant les longueurs)
- ➡ relativité générale



Weyl et l'invariance de jauge

- 1915 : relativité générale d'Einstein
  - symétrie : invariance par les reparamétrisations conservant les longueurs
  - *(difféomorphismes)*
- ➡ objectif suivant : unifier électromagnétisme et gravitation
  - Weyl 1918 : invariance par dilatation
  - Kaluza 1919 Klein 1925 : 5° dimension
- Weyl
  - invariance locale $L \rightarrow a L = e^{\alpha(x)} L$
  - ➡ apparition d'un champ compensateur $A_\mu(x)$
  - ➡ identifiable au potentiel vecteur de Maxwell ?
  - en fait non
- Ceci est une jauge

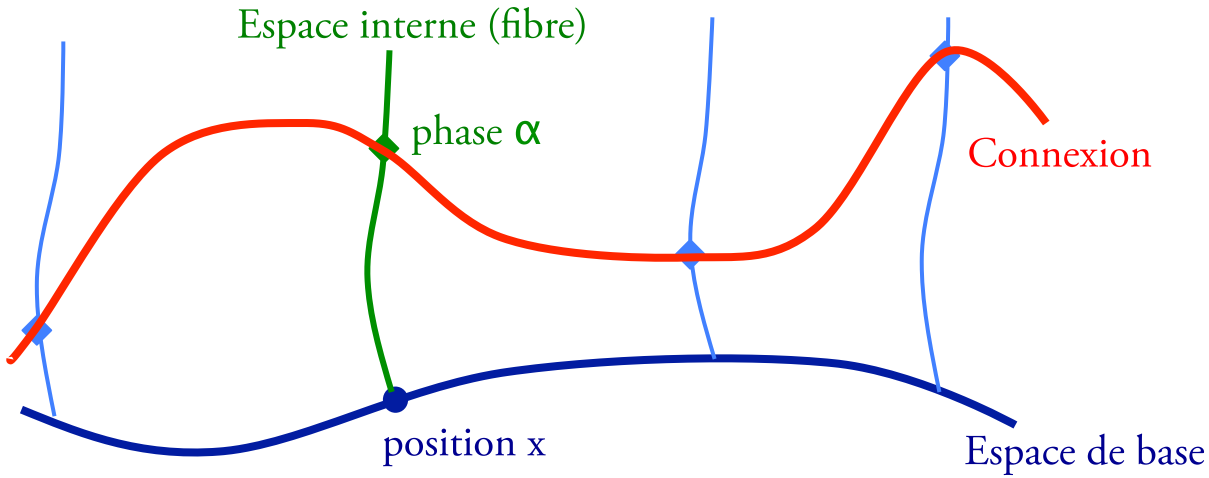


- Intérêt d'une théorie de jauge
  - symétrie locale ➡ interaction
  - inévitable
  - et de forme imposée
- ce qui est préférable à une interaction arbitraire de forme ad hoc
- 1929 : Weyl, Fock et London montrent que l'interaction électromagnétique résulte d'une invariance de jauge

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x)\, e^{i\,\alpha(x)}$$

Symétrie locale : fibrés et connexions

- Espace « de base » : là où « vit » le champ $\psi(x)$ = espace-temps
- Espace « interne » : les symétries du champ lui-même ➡ groupe(s) de symétrie
  - symétries discrètes, par exemple $\psi(x) \rightarrow \psi^*(x)$
  - symétries continues, par exemple une phase $\psi(x) \rightarrow \psi(x)\, e^{i\alpha}$
- Symétrie locale = la phase varie avec la position : $\alpha = \alpha(x)$



- La connexion précise comment passer de la phase α au point x à la phase α au point x'

Invariance de jauge de l'électrodynamique

- Lagrangien d'un électron libre

$$\mathcal{L}(\psi) = \psi^* i \gamma_\mu \partial_\mu \psi - m \psi^* \psi$$

- ➡ manifestement invariant sous la transformation globale $\psi(x) \to \psi(x)\, e^{i\alpha}$

  mais pas sous la transformation locale $\psi(x) \to \psi(x)\, e^{i\alpha(x)}$

  à cause de la dérivée ∂_μ , $\mathcal{L} \to \mathcal{L} - \psi^* \gamma_\mu [\partial_\mu \alpha(x)] \psi$

- ➡ le terme $\partial_\mu \alpha(x)$ est compensé par une connexion, ou champ de jauge, $A_\mu(x)$ se transformant par $A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \partial_\mu \alpha(x)$
- ➡ le lagrangien $\mathcal{L}(\psi) = \psi^* i \gamma_\mu [\partial_\mu - ieA_\mu] \psi - m \psi^* \psi$ est localement invariant
- Le champ de jauge (boson de spin 1) doit avoir un terme cinétique ~ $\partial_\mu A_\nu \partial_\mu A_\nu$

  mais lui aussi invariant de jauge ➡ $\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ avec $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$

- L'invariance correspond à l'arbitraire de la phase α(x) ⇔ nombre complexe de module 1 ➡ groupe de symétrie = groupe U(1)

Les quanta des champs de jauge ont une masse nulle

- Terme de masse dans le lagrangien pour un boson de spin 1

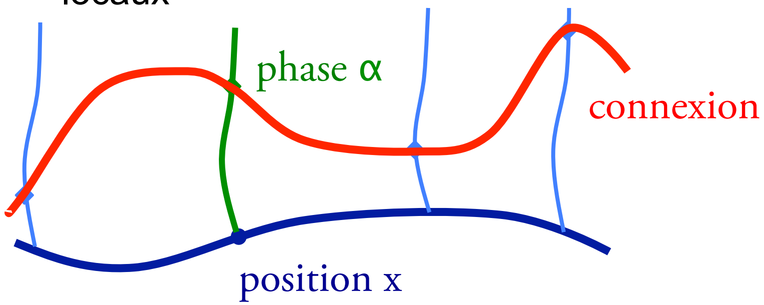
  $$m_\gamma^{\,2} A_\mu A_\mu$$

- Ce terme n'est pas invariant par

  $$A_\mu(x) \rightarrow A_\mu(x) + \partial_\mu\, \alpha(x)$$

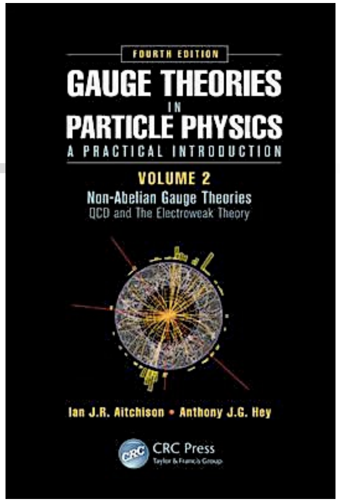
- ➡ symétrie de jauge ⇔ champ de masse nulle
- (= dont les quanta ont une masse nulle)
- Inversement : champs massifs ⇔ symétrie explicitement brisée ⇔ renormalisabilité perdue ?

- Interprétation physique
  - invariance de jauge locale
  - ⇔ connexion entre « choix » de jauge locaux



  - ⇔ champ de jauge, défini sur tout l'espace-temps
  - ⇔interaction entre événements arbitrairement distants
  - ⇔ portée infinie
  - ⇔masse nulle

Théories de jauge non-abéliennes

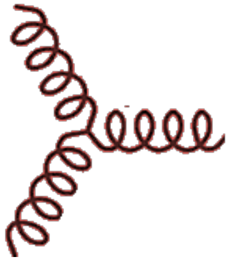


- Électrodynamique ➡ symétrie U(1)   Autres groupes ?
- Yang et Mills 1954 : SU(2) *global* de l'isospin ➛ local ?
- Le champ ψ a alors plusieurs composantes : $\psi \rightarrow \{\psi_a\} = \boldsymbol{\psi}$

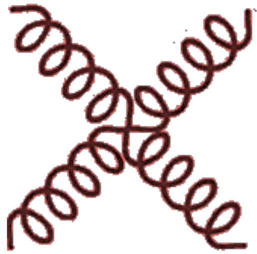
$$\text{Lagrangien } \mathcal{L}(\boldsymbol{\psi}) = \boldsymbol{\psi}^* \, i\gamma_\mu \bullet \partial_\mu \boldsymbol{\psi} - m\, \boldsymbol{\psi}^* \bullet \boldsymbol{\psi}$$

invariant sous les transformations *globales* du groupe de symétrie

- Invariance locale ➡ introduction d'un champ de jauge A_μ par générateur du groupe (3 pour SU(2), 8 pour SU(3), n^2-1 pour SU(n))
  - ➡ dérivée covariante : $\partial_\mu \boldsymbol{\psi} \rightarrow D_\mu \boldsymbol{\psi} = \partial_\mu \boldsymbol{\psi} - i\, g\, \mathbf{A}_\mu \times \boldsymbol{\psi}$
  - ➡ $\mathbf{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{A}_\nu - \partial_\nu \mathbf{A}_\mu + g\, \mathbf{A}_\mu \times \mathbf{A}_\nu$ ➡ $\mathbf{F}_{\mu\nu}\, \mathbf{F}_{\mu\nu}$ conduit à



et



- Difficultés
  - symétrie locale ☛ champs de jauge de masse nulle ☛ il n'existe pas d'autre boson de masse nulle que le photon ☛ idée expérimentalement rejetée (Pauli 1954)
  - symétrie non-abélienne ☛ champs de jauge auto-couplés ☛ énorme complication du calcul

BRISURE *SPONTANÉE* DE SYMÉTRIE

Yoichiro Nambu (1921-)

Peter Higgs (1929-)

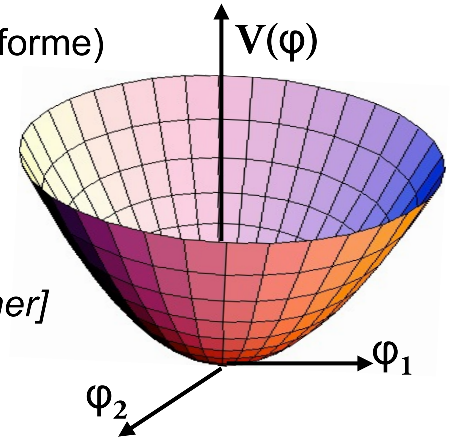
Champ scalaire complexe

- Champ scalaire {φ, φ*} ⇔ deux champs réels $\varphi = \varphi_1 + i\varphi_2$ (et $\varphi^* = \varphi_1 - i\varphi_2$)

$$\text{Lagrangien } \mathcal{L}(\varphi) = \underbrace{\tfrac{1}{2}\,\partial_\mu\varphi^*\,\partial_\mu\varphi}_{\mathbf{T}(\varphi)}\ \underbrace{-\ \tfrac{1}{2}\,m^2\,\varphi^*\varphi\ -\ \lambda\,[\varphi^*\varphi]^2}_{-\mathbf{V}(\varphi)}$$

- Symétrie globale U(1) car $\mathcal{L}$ est invariant sous $\varphi(x) \to e^{i\alpha}\,\varphi(x)$ avec α constant

- Le « vide quantique » est l'état d'énergie minimale du champ
  - énergie ⇔ valeurs propres de l'hamiltonien $\mathbf{H} = \mathbf{T} + \mathbf{V}$
  - minimum du terme cinétique $\mathbf{T}$ ➡ $\partial_\mu\varphi = 0$ ➡ φ constant (uniforme)
  - minimum du potentiel $\mathbf{V}$ ➡ $\mathbf{V} = 0$ ➡ $\varphi = \varphi^* = 0$



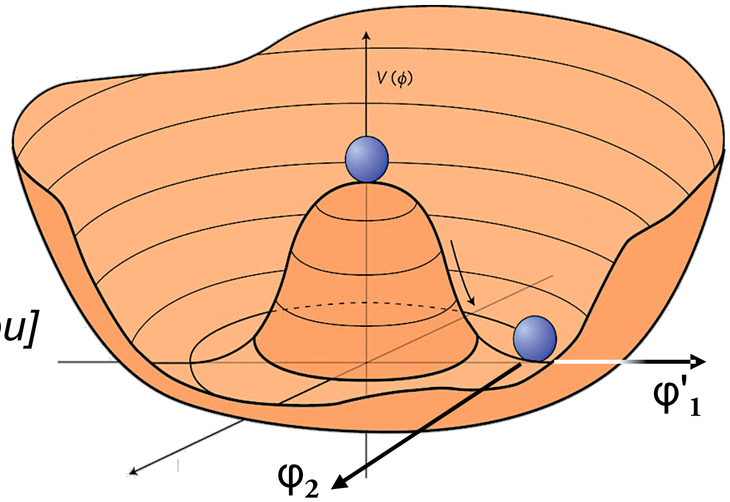
- ➡ quanta du champ ⇔ développement autour du minimum
- ➡ deux bosons (φ et φ* ou φ_1 et φ_2) de masse m *[mode de Wigner]*

Brisure spontanée de symétrie *globale* (Nambu 1960)

- L'idée vient de la physique de la matière condensée (magnétisme, supraconductivité)
- Lagrangien du champ scalaire complexe, mais avec le « mauvais » signe du terme de masse

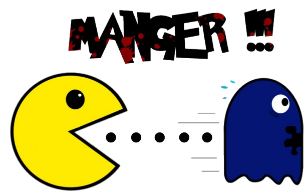
$$\mathcal{L}(\varphi) = \underbrace{\tfrac{1}{2}\,\partial_\mu\varphi^*\,\partial_\mu\varphi}_{T(\varphi)} \underbrace{+\ \tfrac{1}{2}\,m^2\,\varphi^*\varphi\ -\ \lambda\,[\varphi^*\varphi]^2}_{-V(\varphi)}$$

- État d'énergie minimale ➡ champ $\varphi(x)$ uniforme dans tout l'espace-temps
- Mais minimum du potentiel ➡ $|\varphi| = \varphi_0 = m/2\sqrt{\lambda}$
- ➡ symétrie U(1) brisée *mais* $\arg(\varphi)$ quelconque
- ➡ $\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi'_1$
- ➡ un boson φ'_1 de masse $\mu = \sqrt{2}\,m$ *[mode de Nambu]*



et un boson φ_2 de masse nulle (Goldstone 1961) car cela ne coûte aucune énergie de se déplacer sur le fond du sombrero (⇔la symétrie U(1) est présente, mais cachée)

Le mécanisme de Higgs (1964)



- En fait, mécanisme de Higgs, de Brout et Englert, et de Guralnik, Hagen et Kibble
- Symétrie locale U(1) ➡ champ de jauge A_μ de masse nulle

$$\mathcal{L}(\varphi, A_\mu) = \tfrac{1}{2}\,[\partial_\mu - ieA_\mu]\varphi^*\,[\partial_\mu - ieA_\mu]\varphi + \tfrac{1}{2}\,m^2\varphi^*\varphi - \lambda\,[\varphi^*\varphi]^2 + \tfrac{1}{4}\,F_{\mu\nu}\,F_{\mu\nu}$$

- Minimisation du potentiel $V(\varphi)$ ➡ $|\varphi| = \varphi_0 = m/2\sqrt{\lambda}$ ➡ $\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi'_1$
- ➡ terme $-\tfrac{1}{2}\,[eA_\mu][eA_\mu]\varphi_0^2$ dans le lagrangien ⇔ masse $m_A = e\,\varphi_0$ pour A_μ
- Résultat final :

1. **le champ de jauge acquiert une masse** ➡ un boson de spin 1 massif
2. on a encore un champ $\varphi'_1(x)$ de masse $\mu = \sqrt{2}\,m$ ➡ un boson « de Higgs » massif
3. mais plus le champ $\varphi_2(x)$ car il correspond à un choix *local* de jauge $\alpha(x)$ ➡ irrelevant
4. et *la symétrie U(1) est toujours présente*, bien que masquée

Veltman (1931-) & t'Hooft (1946-)

- Objectifs
  - bâtir une théorie de l'interaction faible
  - sous forme de théorie de jauge SU(2)
  - spontanément brisée ➛ $W^{\pm}$ massifs
  - mais *espérée* renormalisable

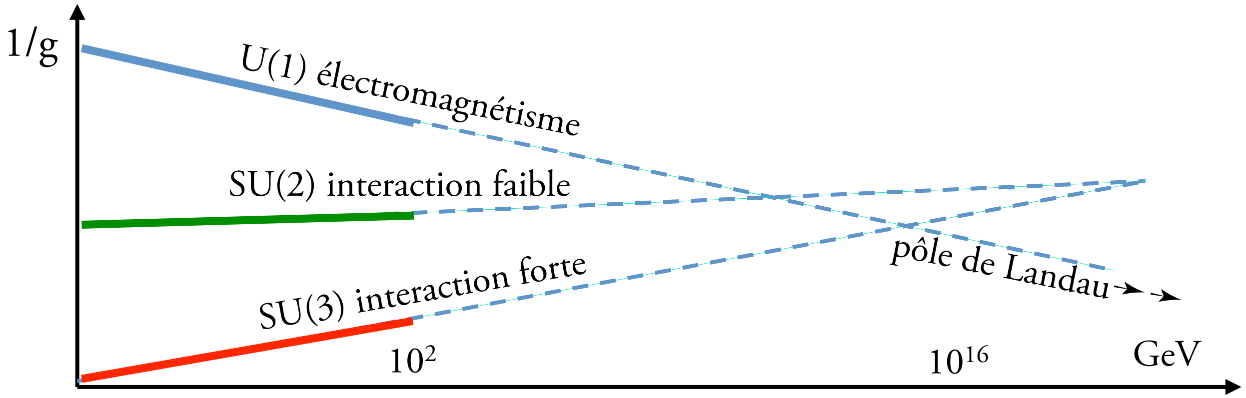
  - bâtir une théorie de l'interaction forte
  - sous forme de théorie de jauge SU(3)
  - sans doute non brisée
  - et donc *espérée* renormalisable

- Problème
  - des centaines de milliers de diagrammes de Feynman à calculer
  - bien plus complexes qu'en QED du fait de l'auto-interaction des bosons de jauge W^+ et W^-

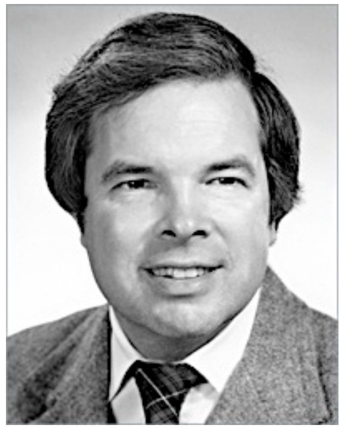
- ➡ 1971: démonstration de la renormalisabilité des théories de jauge
  - brisées spontanément ou non
  - pour divers groupes de jauge non-abéliens : SU(2), SU(3), etc.
- Outil crucial: Schoonschip (1963)
  - un des tous premiers programmes informatiques de calcul algébrique
  - directement écrit en assembleur CDC6600 pour la rapidité d'exécution
  - un ancêtre des *Mathematica*, *Maple*, *Matlab* …

Groupe de renormalisation

- Idée ancienne (Pythagore, Euclide, Galilée) d'invariance par changement d'échelle
- Groupe des transformations d'échelle (Stückelberg et Peterman1953, Gell-Mann et Low 1954, Bogoliubov et Shirkov 1955)
  - le point μ en énergie où sont mesurées les masses et constantes de couplage est *arbitraire*
  - ➡ règle pour passer d'une valeur μ à une valeur μ'
  - ➡ équations $\partial g/\partial\mu = \beta(g)$ avec une fonction $\beta(g)$ dépendant de la théorie ➡ $g(\mu)$



- Kenneth Wilson 1971 : application à la matière condensée, aux transitions de phase et aux phénomènes critiques (Nobel 1982)
- ➡ nouveau point de vue sur le sens physique de la renormalisation



Merci de votre attention !