

CHAMPS & PARTICULES

DE LA MÉCANIQUE QUANTIQUE

À LA THÉORIE QUANTIQUE DES CHAMPS

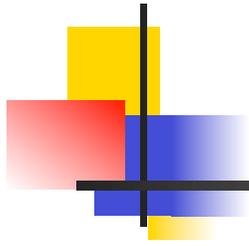


Alain Bouquet

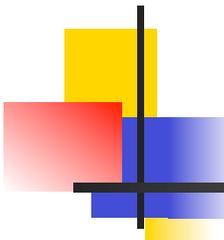
Laboratoire AstroParticule & Cosmologie

Université Denis Diderot Paris 7, CNRS, Observatoire de Paris & CEA





SPIN



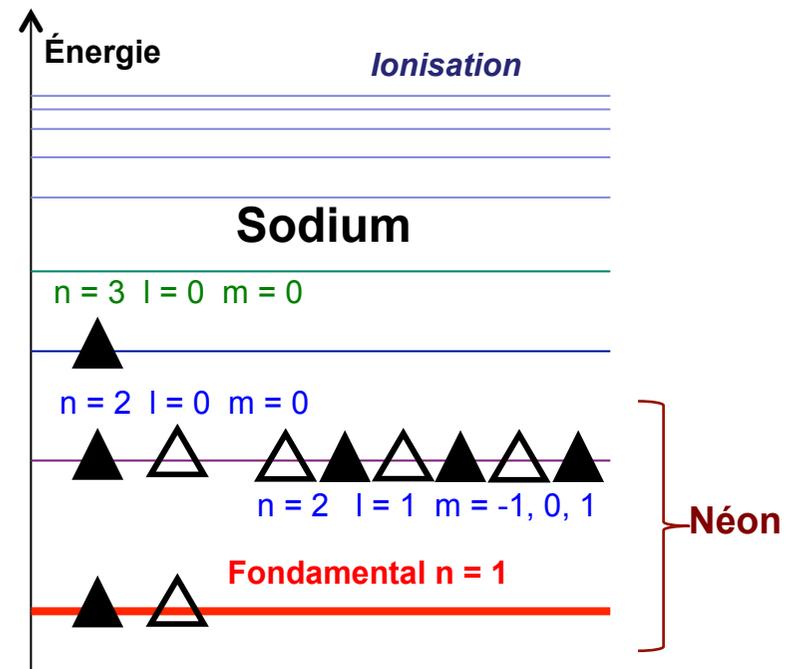
L'équation de Schrödinger n'est pas la fin de l'histoire !

- Elle présente en effet quelques menus inconvénients
 - elle n'a pas de place pour le **spin** de l'électron ☞ Pauli (1927)
 - états quantiques stationnaires de l'électron \Leftrightarrow pas de **transition** d'un état à un autre \Leftrightarrow pas d'émission ou d'absorption de photons ☞ Dirac (1927)...
 - nombre **constant** de quantons (électrons, *photons*...) ☞ Dirac (1927)...
 - elle n'est pas **relativiste** ☞ Dirac (1928)
- Sans oublier les difficultés conceptuelles de la mécanique quantique
 - espace vectoriel des états \Leftrightarrow superposition \Leftrightarrow **intrication** ☞ Einstein, Bell, Aspect
 - double loi d'évolution au cours du temps
 - **déterministe et réversible** en général (équation de Schrödinger)
 - **stochastique et irréversible** lors d'une mesure (axiome de projection)
 - interprétation probabiliste des poids lors d'une décomposition en états propres

Wolfgang Pauli et structure atomique



- Permutations et statistiques quantiques
 - Bose-Einstein $|\psi\rangle = (|1,2\rangle + |2,1\rangle)/\sqrt{2}$
 - Fermi-Dirac $|\psi\rangle = (|1,2\rangle - |2,1\rangle)/\sqrt{2}$
- → principe de Pauli (1925) : 2 fermions ne se trouvent jamais dans le même état quantique
- → Explication de la structure atomique
 - les électrons ne peuvent pas tous être dans l'état d'énergie minimale
 - ils occupent des orbitales d'énergie de plus en plus élevée
 - → explication du tableau de Mendeleiev



Avec un nombre quantique à deux valeurs, ▲ et △ par exemple, le spin (Pauli 1924)

L'équation de Schrödinger avec spin

- Pauli (1924) : «une double valeur indescriptible classiquement»
- Uhlenbeck et Goudsmit (1925) : un moment angulaire intrinsèque de l'électron $s = \frac{1}{2} \hbar$
- Pauli (1927) : un fonction d'onde à deux composantes $\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \rightarrow$ **spineur**
- \rightarrow qubit à deux états $|1\rangle$ et $|2\rangle \rightarrow$ rotations SU(2)
- \rightarrow matrices « de Pauli » $\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ $\sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
- \rightarrow valeurs propres ± 1 (i.e. $\pm \frac{1}{2} \hbar$) \rightarrow vecteurs propres $|\psi_1\rangle$ et $|\psi_2\rangle =$ spin \uparrow et spin \downarrow

$$\sigma_3 \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ -\psi_2 \end{pmatrix}$$

- \rightarrow équation de Pauli-Schrödinger
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

L'équation de Pauli-Schrödinger

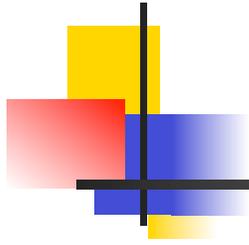
- Pour des électrons **libres**, les deux composantes sont **découplées** :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P^2 / 2m & 0 \\ 0 & P^2 / 2m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2m} (\sigma \cdot P)^2 \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

- Pour des électrons couplés au rayonnement, Pauli donne la forme

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \left[\frac{1}{2m} (\sigma \cdot (P - iqA))^2 + qV \right] \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

- où A est le potentiel vecteur ($B = \nabla \times A$) et V le potentiel scalaire ($E = -\nabla V - \partial A / \partial t$)
- ➔ pas de changement par rapport à Schrödinger **sauf en présence d'un champ magnétique** B ➔ terme d'interaction $\propto \sigma \cdot B$ (➔ **explique Stern-Gerlach**)
- Dans un atome, le mouvement relatif des électrons par rapport au noyau ➔ champ magnétique B (proportionnel au moment angulaire L) ➔ terme d'interaction $\propto \sigma \cdot L$ dit **couplage spin-orbite**



ET LES PHOTONS ?

Paul Adrien Maurice Dirac (1902-1984)



- 1925 : analyse de la mécanique des matrices de Heisenberg (indépendamment de Born et Jordan) ➔ rôle central des **opérateurs** (q -nombres) et de leurs commutateurs
- 1926 : statistique de Fermi-**Dirac**, représentation d'interaction
- 1927 : théorie quantique de l'émission et de l'absorption du **rayonnement** électromagnétique
- 1928 : **équation relativiste pour l'électron** ➔ antimatière
- 1930 : *Les bases de la mécanique quantique*
- 1931 : monopôle magnétique (➔ quantification de la charge électrique)
- 1933 : prix Nobel (avec Schrödinger), bases de la **théorie quantique des champs**
- 1938 : formalisme moderne de la mécanique quantique (δ_{Dirac} , bra-ket...)
- 1949 : quantification avec contraintes (➔ champs de jauge, gravitation quantique)

Émission et absorption du rayonnement

- Le raisonnement de Dirac : 1° étape

- séparer le hamiltonien \mathbf{H} du rayonnement en un hamiltonien « libre » \mathbf{H}_0 et un terme d'interaction avec la matière \mathbf{H}_1

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1$$

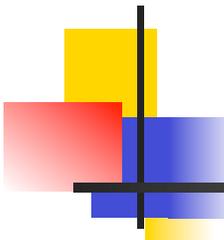
- chercher les états propres de \mathbf{H}_0 [↔ représentation d'interaction]
- → états *stationnaires* $|n\rangle$ où un photon a une énergie E_n
- → état quelconque d'un photon en interaction : $|\psi\rangle = \sum_n \alpha_n(t) |n\rangle$ [$|n\rangle$ est une base]
- → équation de Schrödinger

$$i\hbar \partial/\partial t |\psi\rangle = [\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1] |\psi\rangle \quad \rightarrow \quad i\hbar \partial/\partial t \alpha_m(t) = \alpha_m E_m + \sum_n \alpha_n(t) \langle m | \mathbf{H}_1 | n \rangle$$

- → connaissant \mathbf{H}_1 déterminer les $\alpha_n(t) = \alpha_n(0) e^{-iE_n t/\hbar}$

*transition $|n\rangle \rightarrow |m\rangle$
induite par l'interaction \mathbf{H}_1*

- Mais quel lien avec la transition d'un *électron* d'un niveau à un autre dans un atome ?



Émission et absorption du rayonnement

Supposition implicite : les photons sont indépendants \Leftrightarrow ils n'interagissent pas *entre eux*

■ Le raisonnement de Dirac : 2^o étape

- considérer que l'on peut avoir N_n photons dans l'état $|n\rangle \equiv |N_n\rangle$
- \rightarrow états $|N_1, N_2, N_3, \dots\rangle$ avec N_1 photons d'énergie E_1 , N_2 d'énergie E_2 , etc.
- \Leftrightarrow description d'un bain de rayonnement \Leftrightarrow champ électromagnétique

■ Le raisonnement de Dirac : 3^o étape

- il existe un état $|\infty_0\rangle$ contenant un nombre quelconque (de fait infini) de photons d'énergie nulle
- \rightarrow émission d'un photon d'énergie $E_n \Leftrightarrow$ transition de l'état $|\infty_0 \dots N_n \dots\rangle$ à l'état $|\infty_0 \dots N_n + 1 \dots\rangle$
- [accompagnée par la transition de l'électron d'un état d'énergie E_0 à un état d'énergie $E_0 - E_n$]
- \rightarrow absorption d'un photon d'énergie $E_n \Leftrightarrow$ transition $|\infty_0 \dots N_n \dots\rangle \rightarrow |\infty_0 \dots N_n - 1 \dots\rangle$
- [le nombre de photons est conservé]

Émission et absorption du rayonnement

■ Le raisonnement de Dirac : 4^o étape

- comment se fait la transition de l'état $|\infty_0 \dots N_n \dots\rangle$ à l'état $|\infty_0 \dots N_n + 1 \dots\rangle$?
- par un **opérateur** nécessairement, mais lequel ?
- Dirac promeut le **c-nombre** α_n [poids de l'état à N_n photons] au rôle d'opérateur (**q-nombre**)

$$\alpha_n |\infty_0 \dots N_n \dots\rangle = |\infty_0 \dots N_n + 1 \dots\rangle$$

- cet opérateur α_n déplace un photon de l'énergie zéro à l'énergie E_n
- le c-nombre conjugué α_n^* est promu au rôle d'opérateur conjugué α_n^\dagger
- cet opérateur α_n^\dagger déplace un photon de l'énergie E_n à l'énergie zéro

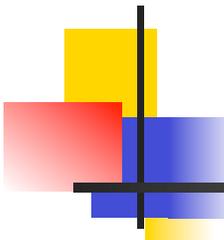
$$\alpha_n^\dagger |\infty_0 \dots N_n \dots\rangle = |\infty_0 \dots N_n - 1 \dots\rangle$$

- \rightarrow commutateurs $[\alpha_n, \alpha_n^\dagger] = 1$ et $[\alpha_n, \alpha_m^\dagger] = 0$ si $n \neq m$

■ Dernière étape

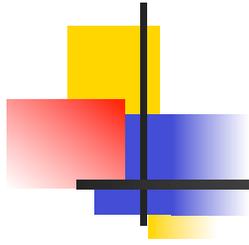
- un photon d'énergie zéro n'existe pas \Leftrightarrow l'état $|\infty_0\rangle = |\emptyset\rangle$ est un état sans photon (« vide »)
- \rightarrow α_n **créé** un photon d'énergie E_n
- \rightarrow α_n^\dagger **détruit** un photon d'énergie E_n

On crée et on annihile des photons
Pourquoi pas un électron ?
Ou un proton ?



Règle d'or « de Fermi »

- La décomposition $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1$ introduite par Dirac est extrêmement utile :
- \rightarrow vecteurs propres $|n\rangle$ de $\mathbf{H}_0 \rightarrow |\psi\rangle = \sum_n \alpha_n |n\rangle$
 $\rightarrow i\hbar \partial/\partial t \alpha_m(t) = \alpha_m E_m + \sum_n \alpha_n(t) \langle m | \mathbf{H}_1 | n \rangle$
- \rightarrow équation (à résoudre !) pour obtenir les transitions (via \mathbf{H}_1) dans un système quantique
- \rightarrow probabilité de la transition $|n\rangle \rightarrow |m\rangle$ $P_{nm} \propto |\langle m | \mathbf{H}_1 | n \rangle|^2$
- relation appelée « règle d'or » par Fermi
 - \rightarrow application à la transition d'un électron d'un état atomique à un autre (\mathbf{H}_0 = interaction avec le noyau, \mathbf{H}_1 = interaction avec un champ électromagnétique externe)
 - \rightarrow amplitude de diffusion de deux quantons, par ex. $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^-$ (\mathbf{H}_0 = quantons libres, \mathbf{H}_1 = interaction électromagnétique)
 - \rightarrow calcul de la probabilité de désintégration β d'un noyau (\mathbf{H}_0 = interaction forte, \mathbf{H}_1 = interaction faible)



L'ÉQUATION DE DIRAC

Comment écrire une équation relativiste ?

- Équation de Schrödinger (quanton de masse m sans spin ni interaction)

$$i\hbar \partial/\partial t |\psi\rangle = \mathbf{H} |\psi\rangle = \mathbf{P}^2/2m |\psi\rangle$$

- Le terme $P^2/2m$ est l'énergie (cinétique) en mécanique classique
- Quantification : impulsions $P_i \rightarrow$ opérateurs \mathbf{P}_i et $\mathbf{P}^2 = \sum_i \mathbf{P}_i^2$
- Dans l'espace tridimensionnel des positions $\{x_1, x_2, x_3\} \equiv \mathbf{x}$

- $\langle x | \psi \rangle = \psi(\mathbf{x})$
- $\langle x | \mathbf{P}_i | \psi \rangle = i\hbar \partial/\partial x_i \psi(\mathbf{x})$
- $\langle x | \mathbf{P}^2 | \psi \rangle = -\hbar^2 \sum_i \partial^2/\partial x_i^2 \psi(\mathbf{x}) = -\hbar^2 \Delta \psi(\mathbf{x})$

$$\begin{array}{ccc} \Rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = -\hbar^2/2m \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = E \psi \\ \text{dérivée première} \quad \uparrow \quad \quad \quad \uparrow \quad \text{dérivée seconde} \end{array}$$

- En mécanique relativiste $E = P^2/2m \rightarrow E^2 = P^2 + m^2$ (incluant l'énergie de masse)

Comment écrire une équation relativiste ?

- Relativité (restreinte) \Leftrightarrow espace et temps symétriques
- et remplacement $E = P^2/2m \rightarrow E^2 = P^2 + m^2$
 - \Rightarrow Dérivées secondes \Rightarrow équation de Klein-Gordon $\partial^2 \psi / \partial t^2 = \partial^2 \psi / \partial x^2 \dots + m^2 \psi$
 - *Intéressant, mais ne décrit pas très bien l'atome d'hydrogène (structure fine)*
- \Rightarrow Dérivées premières ? $\rightarrow E = \pm [P^2 + m^2]^{1/2} \Rightarrow H = \pm [P^2 + m^2]^{1/2} = ???$
- Dirac (1928) $\Rightarrow H = \sum_i \alpha_i P_i + \alpha_0 m$
- $\Leftrightarrow i\hbar \partial \psi / \partial t = -i\hbar [\alpha_1 \partial \psi / \partial x_1 + \alpha_2 \partial \psi / \partial x_2 + \alpha_3 \partial \psi / \partial x_3] + \alpha_0 m \psi$
- avec la contrainte $[\sum_i \alpha_i P_i + \alpha_0 m]^2 = P^2 + m^2$
- impossible à satisfaire si les α_i sont des nombres (scalaires) \rightarrow matrices
- Dirac : solution la plus simple : 4 matrices 4x4 $\Rightarrow \psi$ a 4 composantes

Les matrices de Dirac

- Les 4 matrices γ_μ de Dirac sont [avec $\gamma_0 = \alpha_0$ et $\gamma_i = \alpha_0 \alpha_i$]

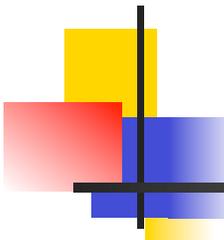
$$\gamma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \leftarrow \sigma_1$$

$$\gamma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \leftarrow \sigma_2$$

$$\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \leftarrow \sigma_3$$

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \leftarrow \mathbf{I}$$

- Dirac put ainsi écrire une équation **relativiste** différentielle **du 1° degré** pour l'électron



L'équation de Dirac

- Elle est simplement :

$$i\hbar [\gamma_0 \partial\psi/\partial t - \gamma_1 \partial\psi/\partial x_1 - \gamma_2 \partial\psi/\partial x_2 - \gamma_3 \partial\psi/\partial x_3] - m \psi = 0$$

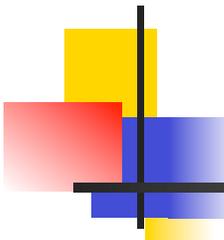
- où ψ est un **vecteur spineur à quatre composantes** ($\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4$), mais ce n'est pas un *quadrivecteur* de l'espace-temps
- ou plus simplement

$$i\hbar \sum_{\mu} \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi - m \psi = 0$$

- En présence d'un champ électromagnétique ➔ *quadrivecteur* $A_{\mu} = (V, A_1, A_2, A_3)$

$$\partial_{\mu} \rightarrow \partial_{\mu} + iq/\hbar A_{\mu}$$

- Pour des énergies $E \ll mc^2$, l'équation de Dirac redonne l'équation de Schrödinger, ou plus exactement l'équation de *Pauli*-Schrödinger en raison de la présence des matrices 2x2 de Pauli dans les matrices 4x4 de Dirac



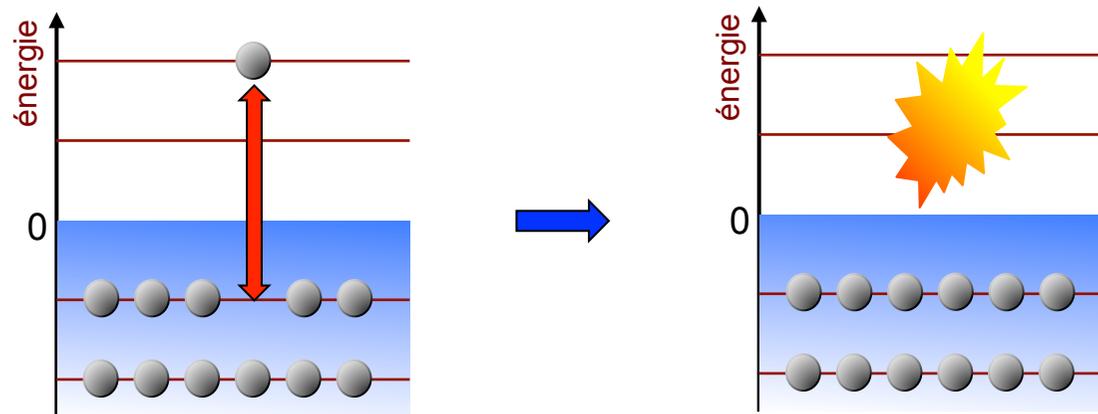
Quatre composantes ?

- Dans le spineur $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)$ les deux premières composantes correspondent aux deux composantes du spin de l'électron introduites par Pauli
- Mais les deux autres ?
- Forme des matrices $\gamma_\mu \Rightarrow$ relation énergie-masse **inversée** pour (ψ_3, ψ_4)
- Origine: relation relativiste $E^2 = P^2 + m^2 \Leftrightarrow E = \pm [P^2 + m^2]^{1/2} \Leftrightarrow$ doublement des solutions, avec une solution d'énergie négative
 - solution de **masse** négative ? \Rightarrow aberrations avec la dynamique
 - solution d'**énergie** négative non-physique ? \Rightarrow transition *électromagnétique* inévitable depuis une solution d'énergie positive
 - solution de **charge** positive (inverse de l'électron) ? \Rightarrow serait-ce le proton ?
 - \Rightarrow non, les deux (paires de) solutions ont la **même masse m**
 - et de plus l'atome d'hydrogène s'autodétruirait presque instantanément (Oppenheimer 1930)
- \Rightarrow idée des « trous »

Des trous dans la mer ?

- Les « trous »

- Les électrons sont des fermions → principe d'exclusion de Pauli
- Tous les états d'énergie négative occupés → aucune transition possible → stabilité
 - ↳ « mer » de Dirac
- État d'énergie négative libre ("trou") → transition inévitable depuis un état d'énergie positive
- ⇔ disparition simultanée du "trou" et de l'électron, avec libération d'énergie

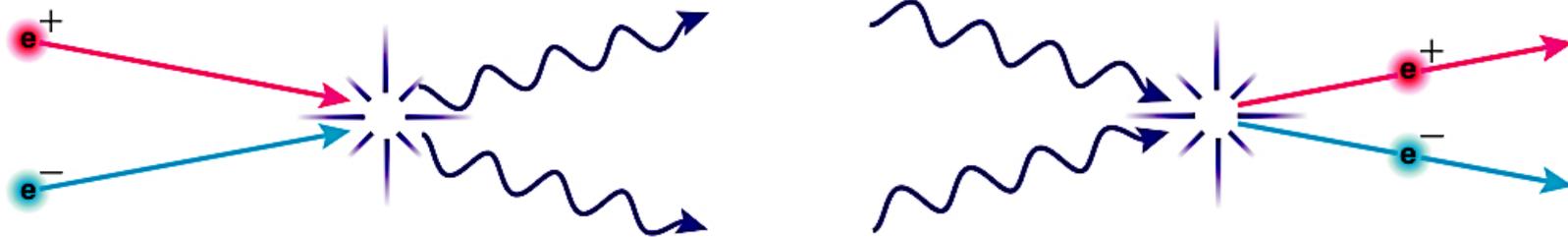


- et en sens inverse disparition d'énergie et apparition simultanée d'un électron et d'un "trou"

- Le trou se comporte exactement comme un électron qui aurait une charge positive

Positron

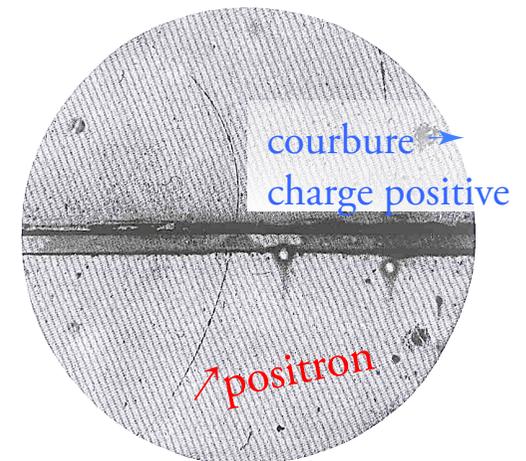
- Dirac 1931 : les composantes (ψ_3 , ψ_4) décrivent un électron de charge positive, un **anti-électron**, pouvant s'annihiler avec un électron

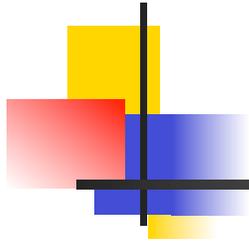


- Anderson 1932
 - observation dans les rayons cosmiques d'une particule légère (\sim électron) mais de charge positive
 - le **positron**
 - prix Nobel 1936
 - [plusieurs observations antérieures, non reconnues comme telles]

- Idée généralisée : toute particule possède une anti-particule**

- même masse, charges et nombres quantiques opposés
- parfois particule \equiv anti-particule (exemple: le photon)

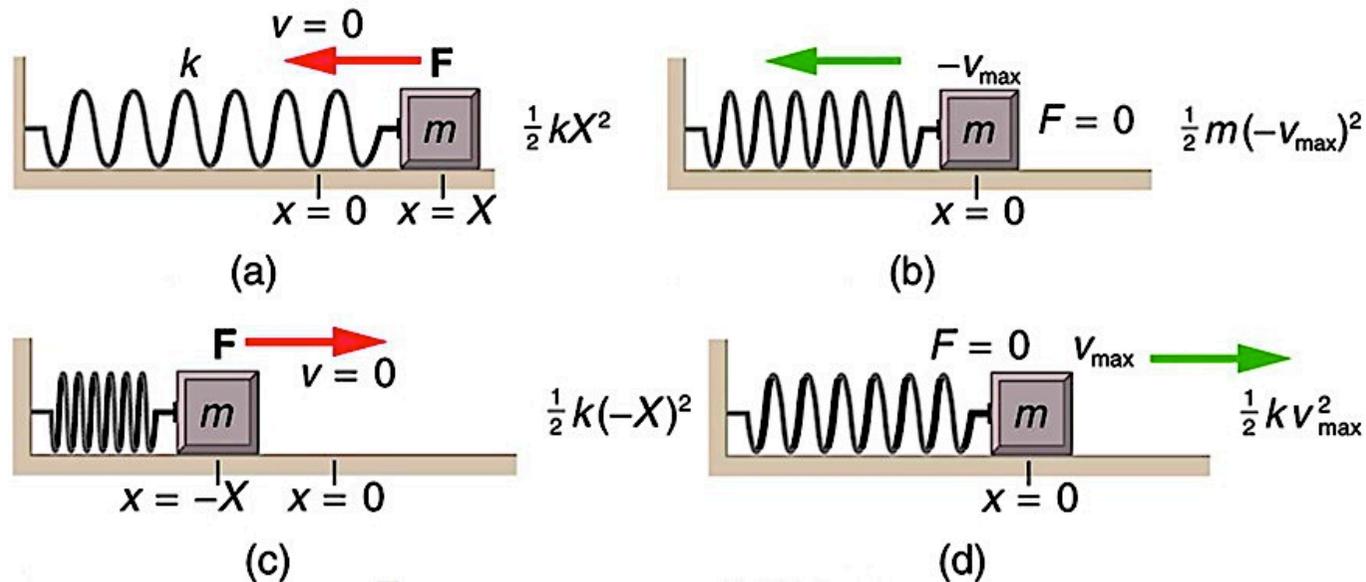




THÉORIE QUANTIQUE DES CHAMPS

Oscillateur harmonique

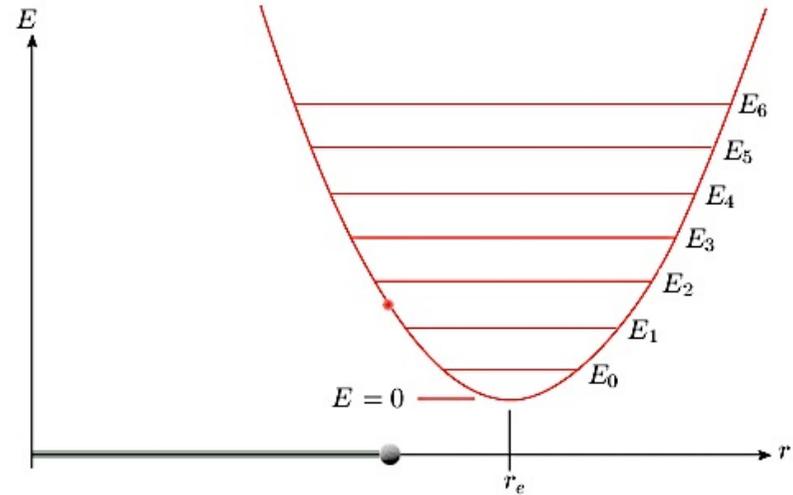
- Masse sans frottement accrochée à un ressort



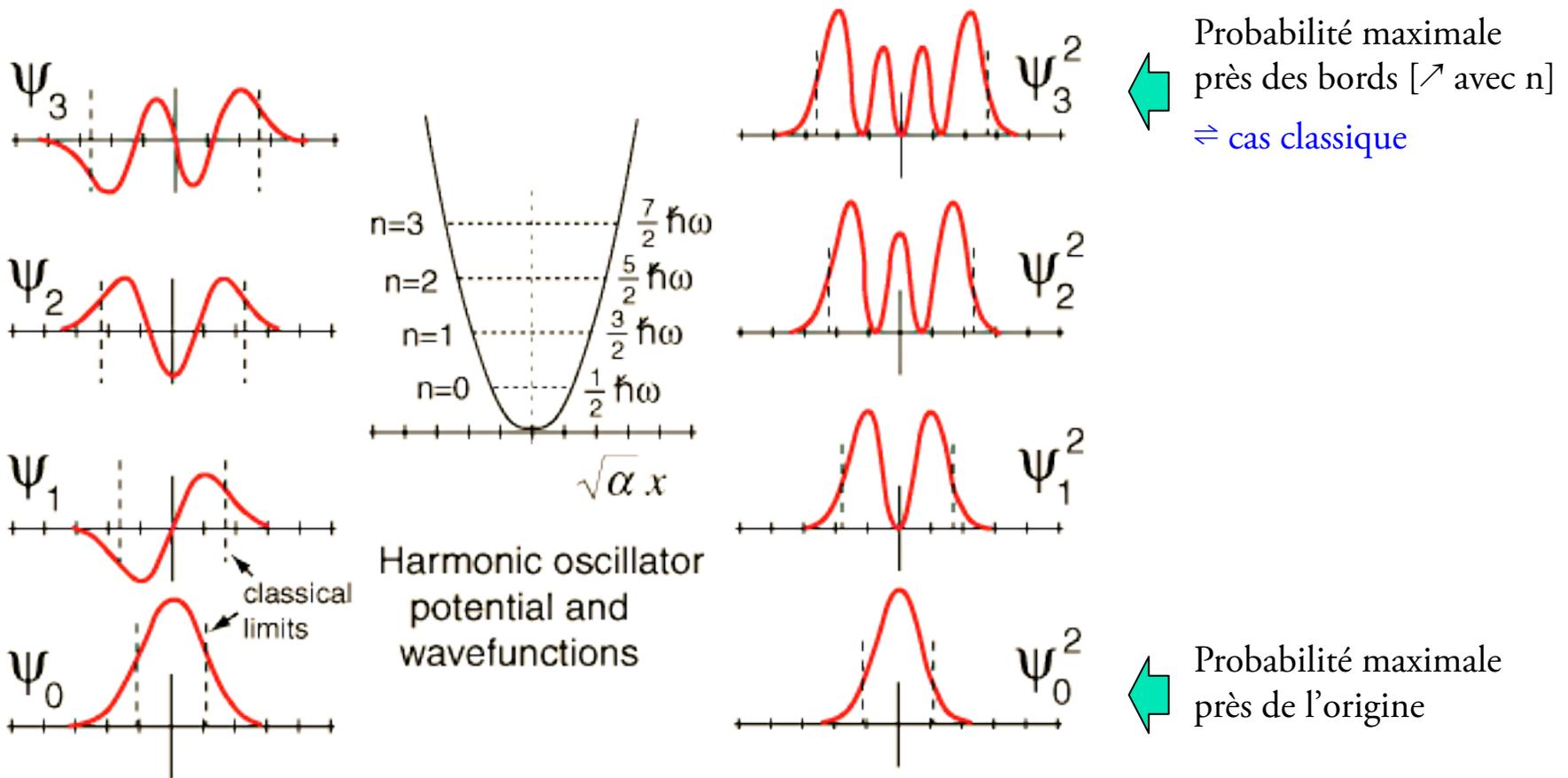
- Molécule diatomique
- Atome ? \Rightarrow les bons niveaux d'énergie

Oscillateur harmonique

- Potentiel parabolique $V(x) = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$
- \Rightarrow équation de Schrödinger
- $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{2} m \omega^2 x^2 \psi(x) = E \psi(x)$
- essai : $\psi(x) = \psi(0) \exp\{-\alpha x^2\}$
- $\Rightarrow \alpha = m\omega/\hbar$
- $\Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega > 0$
 - énergie minimale E_0 non-nulle \Leftrightarrow inégalité de Heisenberg
 - $\psi(x)$ ne s'annule jamais \Leftrightarrow probabilité non-nulle d'être à une distance arbitrairement grande de l'origine (\neq avec le cas classique où le déplacement est limité par l'énergie disponible)
- Solution générale $\Rightarrow \psi_n(x) = \psi(0) \exp\{-\alpha x^2\} H_n(\sqrt{\alpha} x)$ [les H_n sont les polynômes de Hermite]
- $\Rightarrow \psi_n(x)$ oscille de plus en plus rapidement quand n augmente
- et $E_n = E_0 + n \hbar\omega$ ($\hbar\omega = h\nu$)



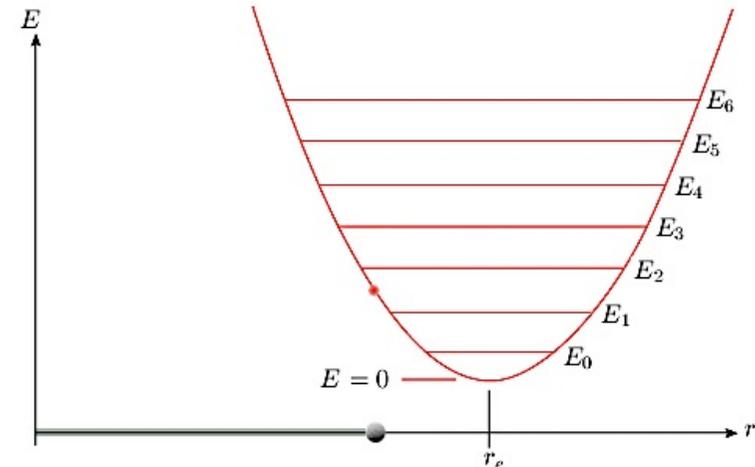
Oscillateur harmonique



D'après <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum>

De l'oscillateur harmonique à la théorie quantique des champs

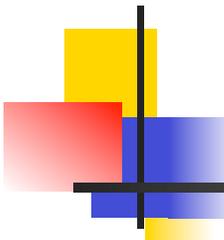
- Oscillateur harmonique \Rightarrow valeurs propres du hamiltonien $E_n = [n + \frac{1}{2}] \hbar\omega$
- \Rightarrow 1° interprétation : **un** quanton qui peut être
 - dans l'état de plus basse énergie $E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega$
 - dans l'un des états excités $E_n = [n + \frac{1}{2}] \hbar\omega$
 - état propre du hamiltonien \Leftrightarrow état stationnaire
 - [mais transition éventuelle par action externe]
- \Rightarrow 2° interprétation :
 - **pas** de quanton \rightarrow énergie du « **vide** » $E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega$
 - **un** quanton \rightarrow énergie $\hbar\omega$ (+ énergie du vide)
 - **deux** quantons \rightarrow énergie $2 \hbar\omega$ (+ énergie du vide)
 - **n** quantons \rightarrow énergie $n \hbar\omega$ (+ énergie du vide)
 - transition \Leftrightarrow **création ou annihilation d'un quanton** porteur d'une énergie $\hbar\omega = h \nu$
- \Rightarrow collection de N oscillateurs harmoniques : modèle d'un champ quantique



L'espace de Vladimir Alexandrovitch Fock



- 1 quanton \Rightarrow espace vectoriel $E_1 \Rightarrow$ états $|\psi\rangle$
- 2 quantons identiques \Rightarrow espace vectoriel $E_2 = E_1 \otimes E_1 \Rightarrow$ états $|\psi_1, \psi_2\rangle$
 - quantons indiscernables \Rightarrow statistiques de Bose-Einstein ou de Fermi Dirac
 - bosons \Rightarrow symétrisation \Rightarrow espace vectoriel $S\{E_2\} \Rightarrow$ états $|\psi_1, \psi_2\rangle + |\psi_2, \psi_1\rangle$
 - fermions \Rightarrow antisymétrisation \Rightarrow espace vectoriel $A\{E_2\} \Rightarrow$ états $|\psi_1, \psi_2\rangle - |\psi_2, \psi_1\rangle$
- n quantons identiques \Rightarrow espace vectoriel $E_n = E_1 \otimes E_1 \dots \otimes E_1 \Rightarrow$ états $|\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n\rangle$
 - quantons indiscernables \Rightarrow espace vectoriel $S\{E_n\}$ ou $A\{E_n\}$
- Quantons non conservés \Rightarrow espace vectoriel à 0, 1, 2, ... n ... quantons
- $\Rightarrow E = E_1 \oplus E_2 \oplus \dots \oplus E_n \oplus \dots$ $\oplus =$ somme directe d'espaces
- \Rightarrow il existe donc des opérateurs envoyant un état de E_n vers un état de E_m ($m \neq n$)
- \Rightarrow opérateur de création $E_n \rightarrow E_{n+1}$
- \Rightarrow opérateur d'annihilation $E_n \rightarrow E_{n-1}$
- et un espace vectoriel E_0 ne contenant aucun quanton $\Rightarrow E = E_0 \oplus E_1 \oplus \dots \oplus E_n \oplus \dots$



Théorie quantique des champs

Théorie à un quanton

- libre
- ou en interaction avec un champ extérieur
- ex: oscillateur harmonique, Schrödinger, Pauli, Dirac et l'atome d'hydrogène



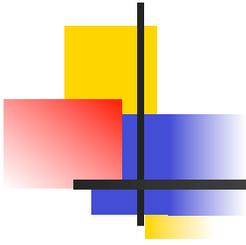
Théorie à n quantons

- libres
- ou en interaction entre eux
- ou avec un champ extérieur
- ex: physique atomique, moléculaire, physique du solide



Théorie à un nombre variable de quantons

- libres
- ou en interaction entre eux
- ou avec un champ extérieur
- ➔ existence d'un vide (état sans quanton)
- ➔ existence d'opérateurs de création et d'annihilation
- ex: théorie de Dirac du rayonnement, théorie de Fermi de l'interaction faible, théorie de Yukawa de l'interaction forte, théories de jauge



Merci de votre attention !

