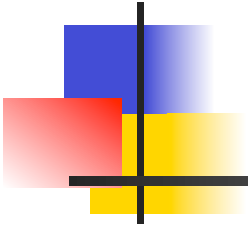


CHAMPS & PARTICULES

VERS LA THÉORIE QUANTIQUE

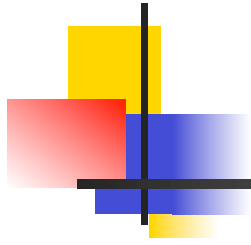


Alain Bouquet

Laboratoire AstroParticule & Cosmologie

Université Denis Diderot Paris 7, CNRS, Observatoire de Paris & CEA

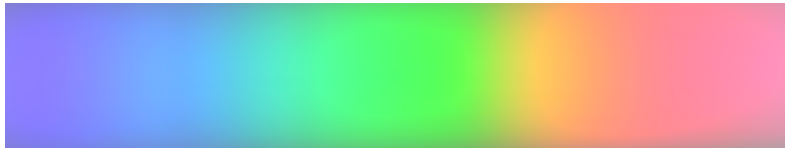




L'ANCIENNE THÉORIE DES QUANTA

Quantification de la lumière

■ Le corps noir



■ Planck (1900)

- Quantification des échanges rayonnement-matière : $\Delta\varepsilon = h\nu$

■ Einstein (1905)

- Quantification de l'énergie du rayonnement : $E = h\nu$
- → effet photo-électrique

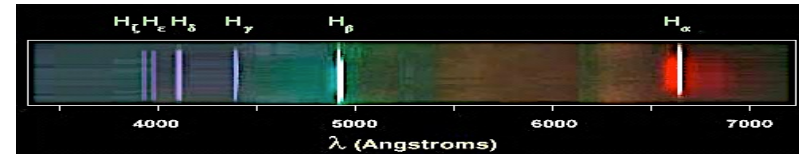
■ Einstein (1916)

- Émission spontanée
- Émission stimulée

■ Compton (1923)

- Quantification de l'impulsion du rayonnement : $p = h\nu/c$

■ Les spectres de raies



■ Balmer (1885), Rydberg (1888)

- $\nu_m = \nu_\infty - \nu_0/(m+m_0)^2$ Na, K...
- $\nu_{nm} = \nu_0 [1/n^2 - 1/m^2]$ H, He⁺
- $n = 1 \rightarrow$ série de Lyman (1906)
- $n = 2 \rightarrow$ série de Balmer
- $n = 3 \rightarrow$ série de Paschen (1908)

■ Règle de Rydberg-Ritz

- Les fréquences des raies d'un élément sont des sommes ou des différences de *termes spectraux* propres à cet élément comme ν_0/n^2 pour H

Fréquence ν ← ? → énergie $h\nu$

Le modèle de Bohr en 1913

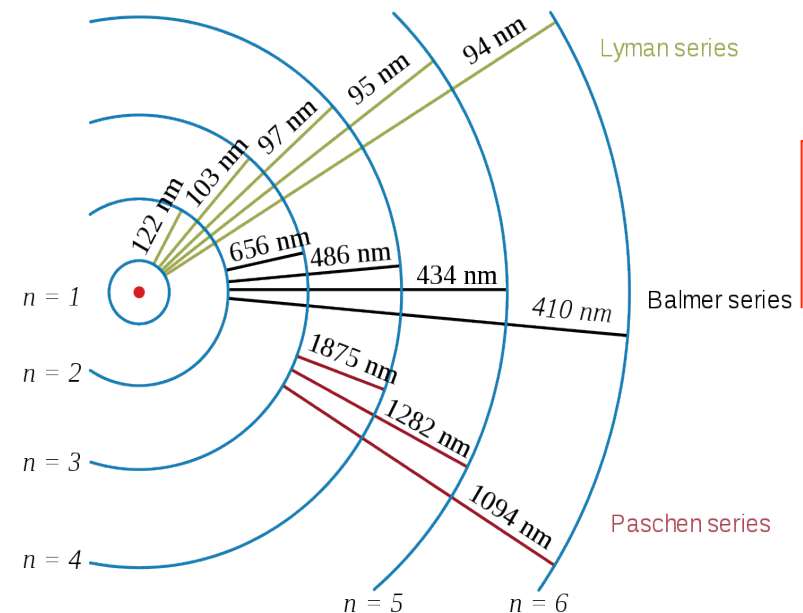


- Noyau compact de charge positive $+e$ et électron unique de charge négative $-e$
- 1 - Orbites circulaires stables
- 2 - Quantification du *moment angulaire*

$$L = M V \times R = n \hbar$$

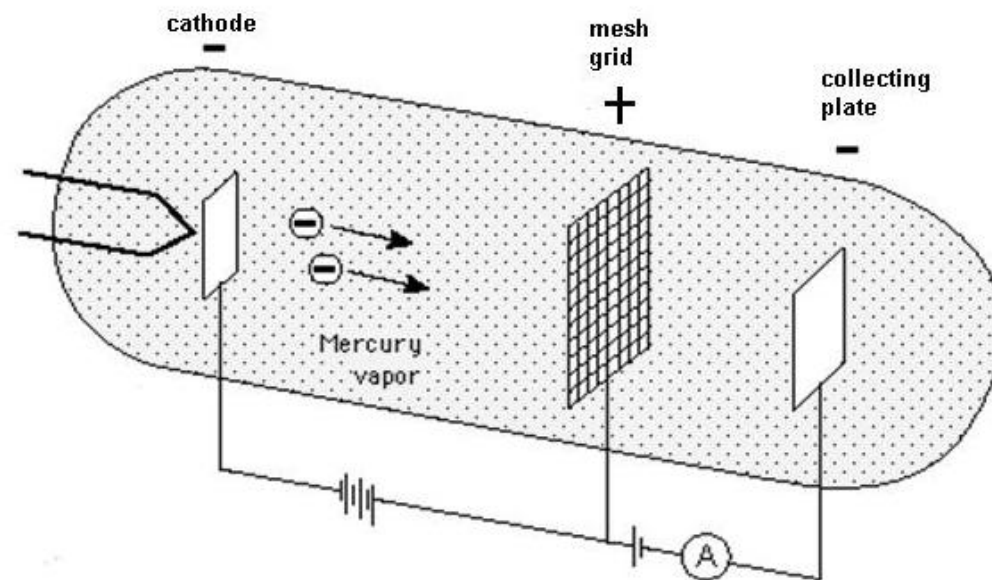
- ➔ rayons $R_n = (\hbar^2 / Me^2) n^2$
- ➔ énergies $E_n = [Me^4 / 2\hbar^2] / n^2 = E_0 / n^2$
- 3 - Changement d'orbite $n \rightarrow m$
- ➔ émission d'un photon de fréquence

$$\nu_{nm} = E_0 / h [1/n^2 - 1/m^2]$$
- ➔ constante E_0 de Rydberg (ou h de Planck)



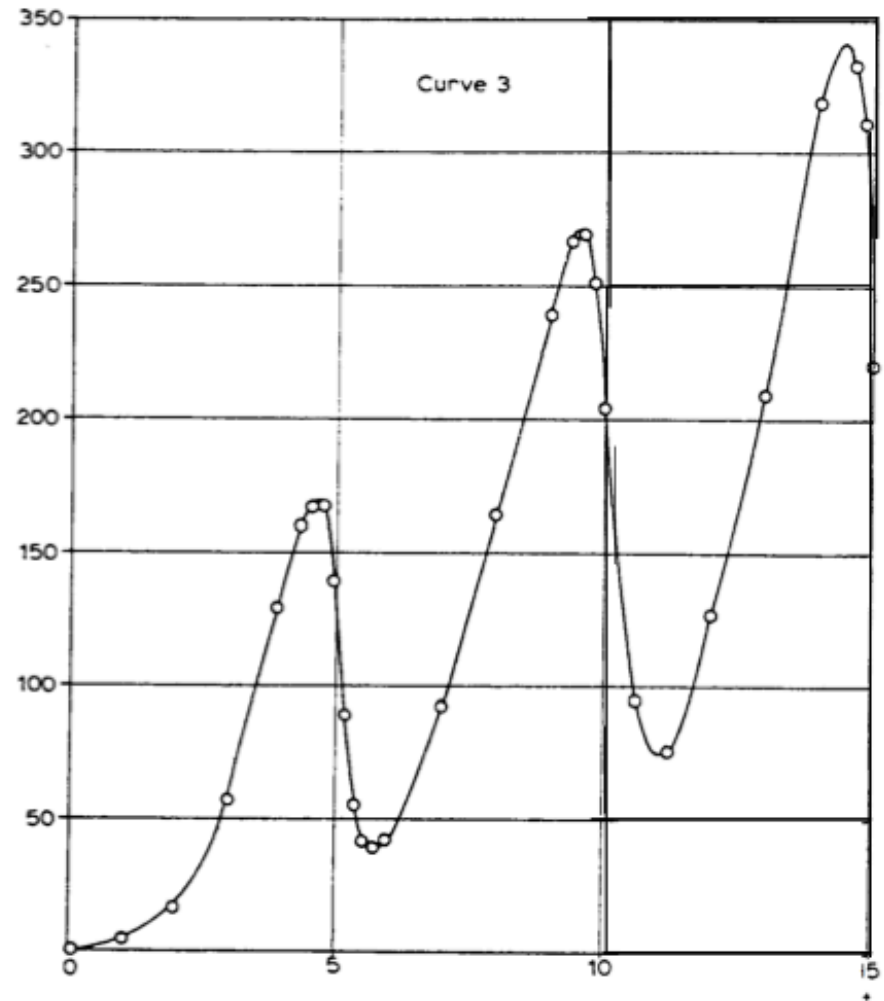
Expérience de Franck et Hertz (1914)

- Objectif : démontrer que **dans un atome** les électrons ont des énergies précises **indépendamment du rayonnement**
- ☞ tube cathodique rempli de vapeur de mercure à basse pression (10^{-6} atm)
- ☞ électrons accélérés par une grille et collectés par une anode
- Collisions des électrons avec les atomes
- ☞ perte d'énergie
- ☞ n'atteignent plus l'anode
- ☞ **courant** ➔



Expérience de Franck et Hertz

- Résultats
 - Chute du courant à 4.9 V
 - et à 9.8 V
 - et à 14.7 V
- ☞ énergie de 4.9 eV pour exciter un électron atomique
- ⇒ raie [connue] du mercure à $\lambda = 254 \text{ nm}$
- ☞ Prix Nobel 1925
 - Franck → pr. à Göttingen, puis émigre en 1933 (Baltimore, Copenhague puis Chicago → programme Manhattan)
 - Hertz → pr. à Berlin, révoqué en 1933 → Siemens puis URSS en 1945 (prix Staline en 1951)



Le modèle de Bohr-Sommerfeld

- Généralisation du modèle de Bohr

- Orbites elliptiques (Debye, Sommerfeld)
- Corrections relativistes (Sommerfeld)

- Quantification en 3 dimensions

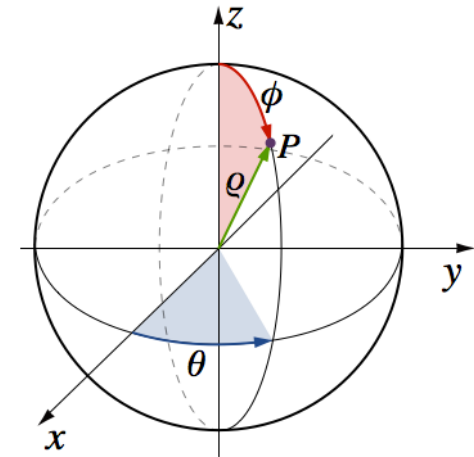
- Rayon $R \rightarrow$ moment conjugué p_R $[= \partial L / \partial R] \rightarrow$ règle $\oint p_R dR = n_R \hbar$
- Angle $\theta \rightarrow$ moment conjugué p_θ $[= \partial L / \partial \theta] \rightarrow$ règle $\oint p_\theta d\theta = n_\theta \hbar$
- Angle $\phi \rightarrow$ moment conjugué p_ϕ $[= \partial L / \partial \phi] \rightarrow$ règle $\oint p_\phi d\phi = n_\phi \hbar$

- $n = n_R + n_\theta + n_\phi \quad \Rightarrow \quad n = 1, 2, 3 \dots$
- $l = n_\theta + n_\phi - 1 \quad \Rightarrow \quad l = 0, 1, \dots n - 1$
- $m = n_\phi \quad \Rightarrow \quad m = -l, -l + 1 \dots l - 1, l$

- L'énergie d'un électron dépend

- du nombre quantique *principal* $n \quad E_n = E_0/n^2 \quad$ en 1° approximation
- du nombre quantique *orbital* $l \quad E_{n,l} = E_0 [1/n^2 + \alpha^2 / n^3 (1/l - 3/4n)] \quad$ en 2° approximation
- du nombre quantique *magnétique* m **en présence d'un champ magnétique** \rightarrow Zeeman

└─ quantification de l'orientation de l'orbite = «quantification de l'espace» ?

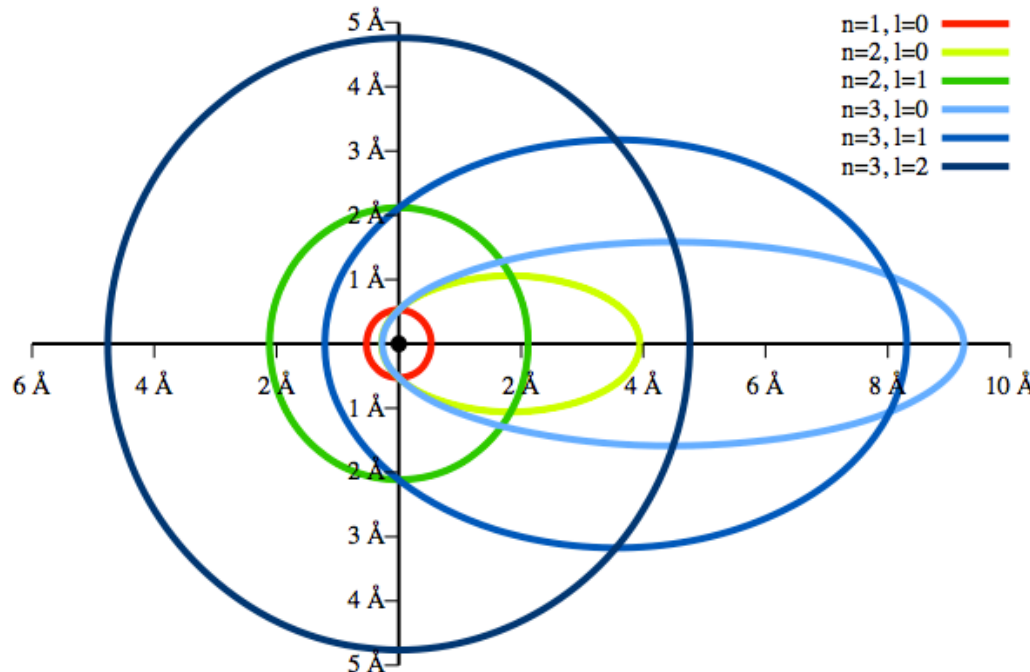


Le modèle de Bohr-Sommerfeld



■ Ellipses

- 3° loi de Kepler → même période orbitale pour même $\frac{1}{2}$ grand axe (quelle que soit l'ellipticité)
- $\frac{1}{2}$ grand axe $a(n, l) = R_0 n^2$ → ne dépend pas de l → « dégénérescence »
- $\frac{1}{2}$ petit axe $b(n, l) = R_0 n l$
- énergie $E(n, l) = E_0/n^2$ → en 1° approximation → « dégénérescence »



« Levées » par

- corrections relativistes → structure fine
- champ magnétique → effet Zeeman

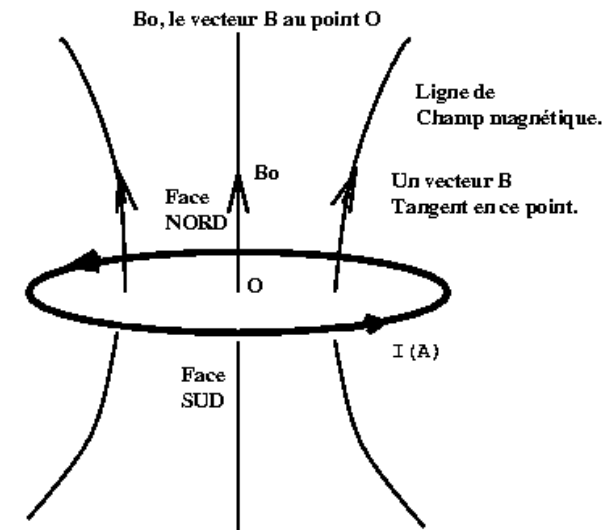
Quantification « de l'espace » ?

- → **expérience de Stern et Gerlach**

Expérience de Stern et Gerlach (1923)

Otto Stern (1888-1969)

- quantification de l'espace \Rightarrow plans orbitaux privilégiés
 - électron en orbite = petit aimant
 - \Rightarrow orientations privilégiées des pôles
 - atome placé dans un champ magnétique **inhomogène**
 - \Rightarrow déplacement en direction du **gradient** du champ
-
- jet atomique \Rightarrow le jet se sépare en plusieurs branches, une par orientation des plans orbitaux $\Rightarrow 2l+1$ points d'impact selon Bohr-Sommerfeld
 - *au lieu d'une ligne continue si toutes les orientations sont possibles*
 - Numériquement : gradient du champ ~ 1 tesla par cm \Rightarrow Gerlach: *kein Problem!*

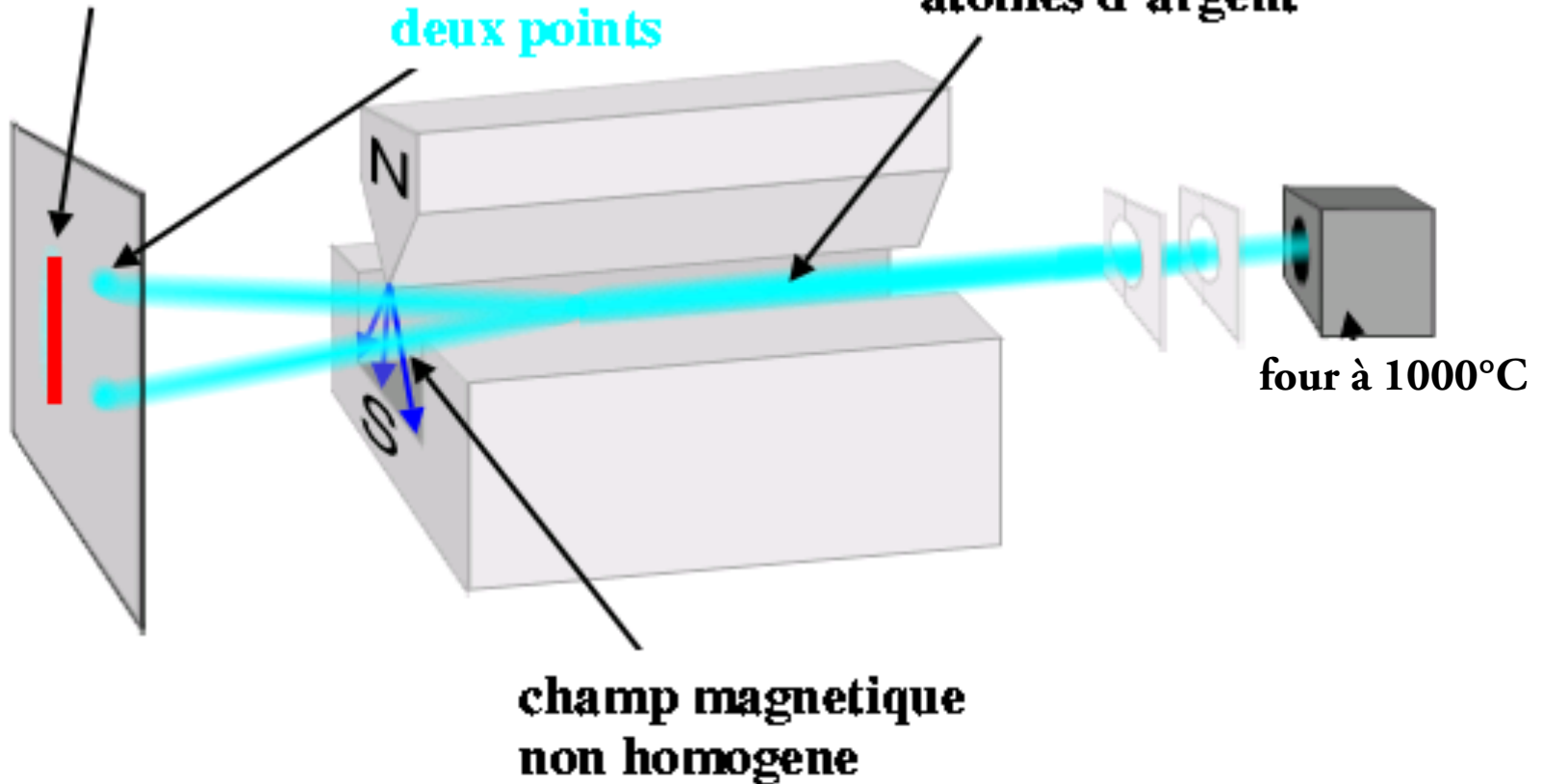


Expérience de Stern et Gerlach (1923)

**physique classique:
ligne continue**

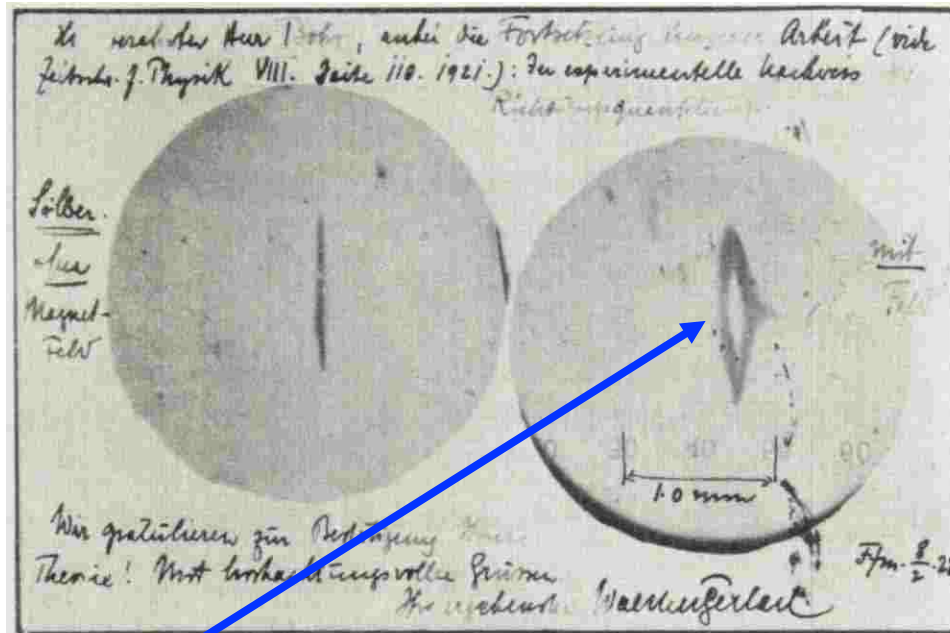
**observation:
deux points**

atomes d'argent



Expérience de Stern et Gerlach (1923)

■ Résultat



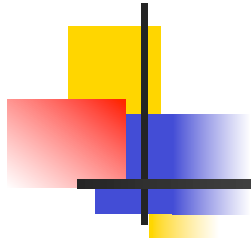
- **deux taches** séparées de quelques millimètres

- **→ succès !**



■ Mais l'interprétation était fausse !

- Contrairement à ce Bohr annonçait, pour un moment orbital $l = 1$ on aurait dû observer $2l + 1 = 3$ taches !
- Mais les atomes d'argent ont en réalité un moment orbital $l = 0 \rightarrow 1$ tache !
- Par contre l'électron périphérique ($5s1$) a un moment angulaire de spin $j = \frac{1}{2}$
- **→ 2 taches !**
- Ceci fut compris dès 1925-1926 \rightarrow Stern et Gerlach n'eurent pas le prix Nobel ☹
- Stern (émigré dès 1933) le reçut en 1943 pour ses techniques de jets moléculaires et sa découverte du moment magnétique du proton



PAULI ET LE SPIN

Effet Zeeman

- Effet Zeeman normal

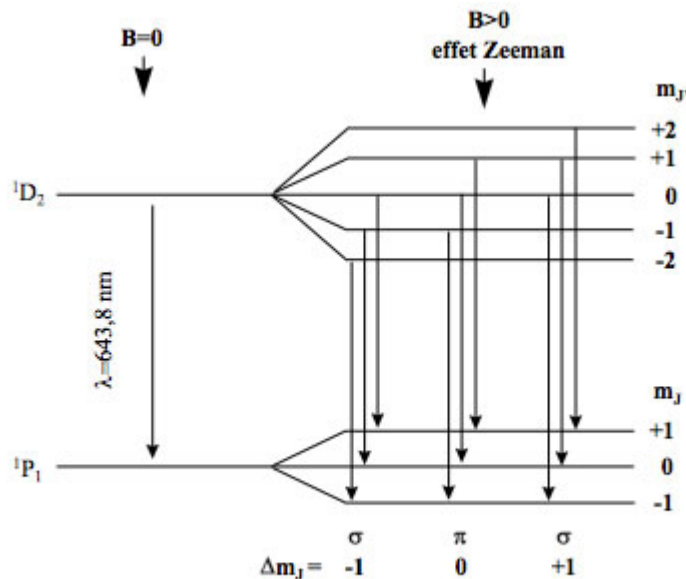
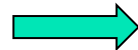


Figure 2: Effet Zeeman sur la transition $^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ (raie rouge du Cadmium à 643,8 nm)

- Un niveau (n, l) est séparé en $2l+1$ sous-niveaux [de $m=-l$ à $m=+l$]
 - ➔ nombre *impair* de niveaux
 - ➔ nombre *impair* de raies

- Effet Zeeman anormal

- Nombre *pair* de raies
- Exemple du doublet du sodium



- Nombreux efforts ☹️

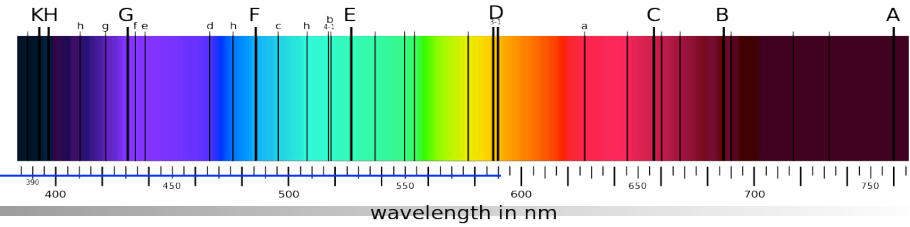
- Sommerfeld
- Landé
- Pauli
- ...

- Pauli (1924) : «une double valeur indescriptible classiquement»

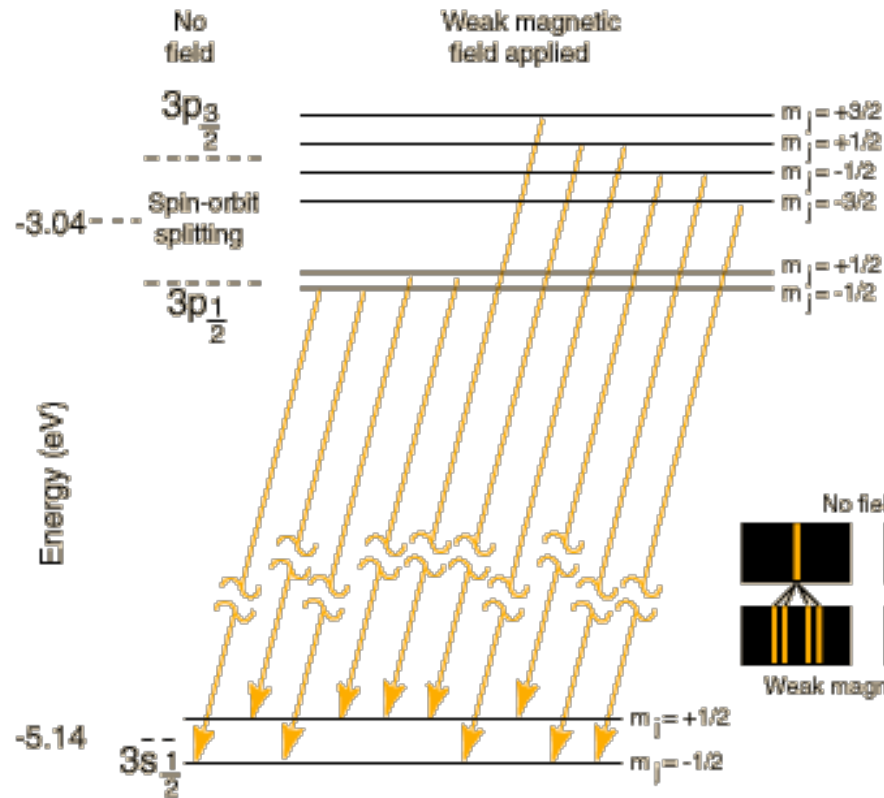
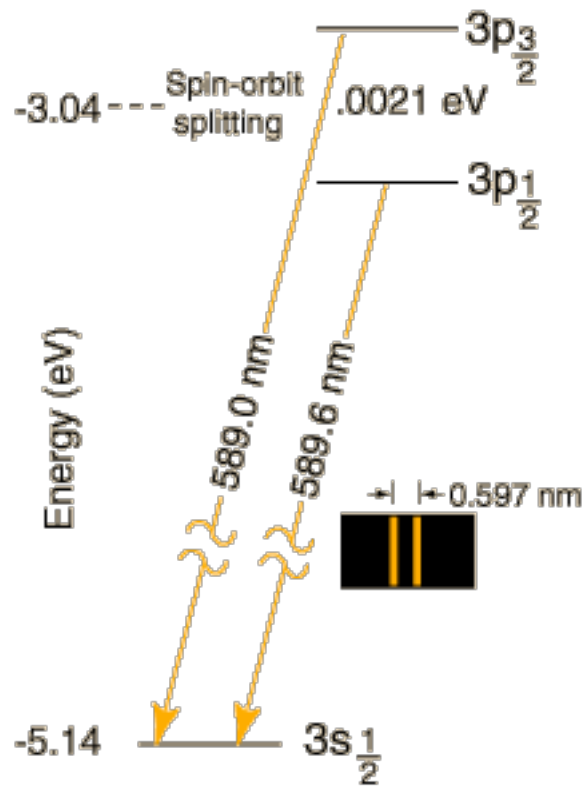
- Kronig: une rotation (*spin*) de l'électron sur lui-même ?
- Pauli: physiquement impossible !

- $2l+1$ pair ➔ $l = \frac{1}{2}$ (ou $\frac{1}{2} + \text{entier}$)

Effet Zeeman anomal



- Doublet du sodium et séparation en 4 et 6 raies par un champ magnétique (faible)
 - Notation $3p_{1/2}$ \rightarrow $n = 3, l = 1, m_j = \pm 1/2$



Principe d'exclusion (décembre 1924)

- Wolfgang Pauli (1900-1958)
- Un **seul** électron peut avoir les 4 nombres quantiques n , l , m et j



- $n = 1 \Rightarrow l = 0 \Rightarrow m = 0 \Rightarrow 1 \text{ place} * 2 \text{ (spin)} \Rightarrow$ **2** éléments
- $n = 2 \Rightarrow l = 0 \text{ ou } 1 \Rightarrow 1+3 = 4 \text{ places} \Rightarrow$ **8** éléments
- $n = 3 \Rightarrow l = 0 \text{ ou } 1 \text{ ou } 2 \Rightarrow 1+3+5 = 9 \text{ places} \Rightarrow$ **18** éléments

- **Remplissage**

- $1s(2 \text{ électrons}) \rightarrow 2s(2) \rightarrow 2p(6) \rightarrow 3s(2) \rightarrow 3p(6) \rightarrow$
- $\rightarrow 4s(2) \rightarrow 3d(10) \rightarrow 4p(6) \rightarrow 5s(2) \rightarrow 4d(10) \rightarrow$
- Rang 1 : 2 éléments $Z = 1 \text{ (H) et } 2 \text{ (He)}$
- Rang 2 : 8 éléments $Z = 3 \text{ (Li) à } 10 \text{ (Ne)}$
- Rang 3 : 8 éléments $Z = 11 \text{ (Na) à } 18 \text{ (Ar)}$
- Rang 4 : 18 éléments $Z = 19 \text{ (K) à } 36 \text{ (Kr)}$
- Rang 5 : 18 éléments $Z = 37 \text{ (Rb) à } 54 \text{ (Xe)}$
- ...

Tableau périodique des éléments

Groupe → 1 2 18
 IA IA VIIIA
 Période ↓

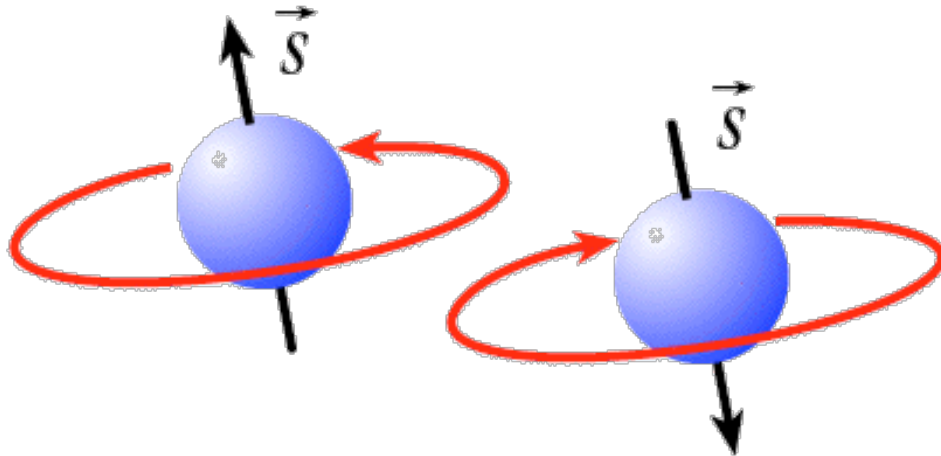
← nom de l'élément (gaz, liquide ou solide à 0°C et 101,3 kPa)
 ← numéro atomique
 ← symbole chimique
 ← masse atomique relative ou [celle de l'isotope le plus stable]

1	hydrogène 1 H 1,00794																	hélium 2 He 4,002602	
2	lithium 3 Li 6,941	béryllium 4 Be 9,012182											bore 5 B 10,811	carbone 6 C 12,0107	azote 7 N 14,00674	oxygène 8 O 15,9994	fluor 9 F 18,9984032	néon 10 Ne 20,1797	
3	sodium 11 Na 22,98976928	magnésium 12 Mg 24,3050	3 IIB	4 IVB	5 VB	6 VIB	7 VIIB	8 VIII B	9 VIII B	10 VIII B	11 IB	12 IIB	aluminium 13 Al 26,9815386	silicium 14 Si 28,0855	phosphore 15 P 30,973762	soufre 16 S 32,066	chlore 17 Cl 35,4527	argon 18 Ar 39,948	
4	potassium 19 K 39,0983	calcium 20 Ca 40,078	scandium 21 Sc 44,955912	titane 22 Ti 47,867	vanadium 23 V 50,9415	chrome 24 Cr 51,9961	manganèse 25 Mn 54,938045	fer 26 Fe 55,845	cobalt 27 Co 58,933195	nickel 28 Ni 58,6934	cuivre 29 Cu 63,546	zinc 30 Zn 65,39	gallium 31 Ga 69,723	germanium 32 Ge 72,61	arsenic 33 As 74,92160	sélénium 34 Se 78,96	brome 35 Br 79,904	krypton 36 Kr 83,80	
5	rubidium 37 Rb 85,4678	strontium 38 Sr 87,62	yttrium 39 Y 88,90585	zirconium 40 Zr 91,224	niobium 41 Nb 92,90638	molybdène 42 Mo 95,94	technétium 43 Tc 97,9072	ruthénium 44 Ru 101,07	rhodium 45 Rh 102,90550	palladium 46 Pd 106,42	argent 47 Ag 107,8682	cadmium 48 Cd 112,411	indium 49 In 114,818	étain 50 Sn 118,710	antimoine 51 Sb 121,760	tellure 52 Te 127,60	iode 53 I 126,90447	xénon 54 Xe 131,29	
6	césium 55 Cs 132,9054519	baryum 56 Ba 137,327	lanthanides 57-71		hafnium 72 Hf 178,49	tantale 73 Ta 180,94788	tungstène 74 W 183,84	rhénium 75 Re 186,207	osmium 76 Os 190,23	iridium 77 Ir 194,217	platine 78 Pt 195,084	or 79 Au 196,966569	mercure 80 Hg 200,59	thallium 81 Tl 204,3833	plomb 82 Pb 207,2	bismuth 83 Bi 208,98040	polonium 84 Po [208,9824]	astate 85 At [209,98711]	radon 86 Rn [222,0176]
7	francium 87 Fr [223,0197]	radium 88 Ra [226,0254]	actinides 89-103		rutherfordium 104 Rf [263,1125]	dubnium 105 Db [262,1144]	seaborgium 106 Sg [266,1219]	bohrium 107 Bh [264,1247]	hassium 108 Hs [269,1341]	meitnérium 109 Mt [268,1388]	darmstadtium 110 Ds [272,1463]	roentgenium 111 Rg [272,1535]	copernicium 112 Cn [277]	ununtrium 113 Uut [284]	flérovium 114 Fl [289]	ununpentium 115 Uup [288]	livermorium 116 Lv [292]	unuseptium 117 Uus [292]	ununoctium 118 Uuo [294]
			lanthane 57 La 138,90547	cérium 58 Ce 140,116	praseodyme 59 Pr 140,90765	néodyme 60 Nd 144,242	prométhium 61 Pm [144,9127]	samarium 62 Sm 150,36	europium 63 Eu 151,964	gadolinium 64 Gd 157,25	terbium 65 Tb 158,92535	dysprosium 66 Dy 162,500	holmium 67 Ho 164,93032	erbium 68 Er 167,259	thulium 69 Tm 168,93421	ytterbium 70 Yb 173,04	lutécium 71 Lu 174,967		
			actinium 89 Ac [227,0277]	thorium 90 Th 232,03806	protactinium 91 Pa 231,03588	uranium 92 U 238,02891	neptunium 93 Np [237,0482]	plutonium 94 Pu [244,0642]	américium 95 Am [243,0614]	curium 96 Cm [247,0703]	berkélium 97 Bk [247,0703]	californium 98 Cf [251,0796]	einsteinium 99 Es [252,0830]	fermium 100 Fm [257,0951]	mendélévium 101 Md [258,0984]	nobélium 102 No [259,1011]	lawrencium 103 Lr [262,110]		

métaux alcalins
alcalino-terreux
lanthanides
actinides
métaux de transition
métaux pauvres
métalloïdes
non-métaux
halogènes
gaz nobles
primordial
désintégration d'autres éléments
synthétique

Spin !

- Pauli : un nombre quantique additionnel ayant 2 valeurs possibles
- Uhlenbeck et Goudsmit (1925)
 - moment angulaire j intrinsèque de l'électron (rotation sur lui-même)

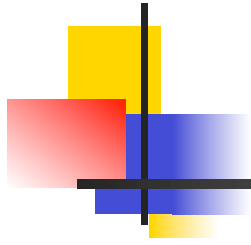


- valeur non-classique $j = \frac{1}{2}$
- $\rightarrow 2j + 1 = 2$

- Résout nombre de problèmes :
 - \rightarrow explique le facteur 2 de Pauli
 - \rightarrow explique l'effet Zeeman anomal
 - \rightarrow explique le résultat de l'expérience de Stern et Gerlach

- Mais ce n'est **pas** une rotation !
 - comme Pauli l'avait déjà remarqué

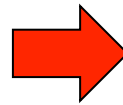
- Origine quantique
 - matrices de Pauli [cas non-relativiste]
 - matrices de Dirac [cas relativiste]



MÉCANIQUE DES MATRICES

Werner Heisenberg (1901-1976)

- Elève de Sommerfeld, puis de Born
 - → effet Zeeman anomal ☹️
- Post-doc chez Bohr en 1924-1925
 - Intensité des raies atomiques avec Kramers et Bohr ☹️
 - → décide de ne faire intervenir que des quantités *directement* mesurables 😊



Sur une réinterprétation
quantique des relations
cinématiques et mécaniques

879

Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen.

Von W. Heisenberg in Göttingen.

(Eingegangen am 29. Juli 1925.)

In der Arbeit soll versucht werden, Grundlagen zu gewinnen für eine quantentheoretische Mechanik, die ausschließlich auf Beziehungen zwischen prinzipiell beobachtbaren Größen basiert ist.

Bekanntlich läßt sich gegen die formalen Regeln, die allgemein in der Quantentheorie zur Berechnung beobachtbarer Größen (z. B. der Energie im Wasserstoffatom) benutzt werden, der schwerwiegende Einwand erheben, daß jene Rechenregeln als wesentlichen Bestandteil Beziehungen enthalten zwischen Größen, die scheinbar prinzipiell nicht beobachtet werden können (wie z. B. Ort, Umlaufzeit des Elektrons), daß also jenen Regeln offenbar jedes anschauliche physikalische Fundament mangelt, wenn man nicht immer noch an der Hoffnung festhalten will, daß jene bis jetzt unbeobachtbaren Größen später vielleicht experimentell zugänglich gemacht werden könnten. Diese Hoffnung könnte als berechtigt angesehen werden, wenn die genannten Regeln in sich konsequent und auf einen bestimmt umgrenzten Bereich quantentheoretischer Probleme anwendbar wären. Die Erfahrung zeigt aber, daß sich nur das Wasserstoffatom und der Starkeffekt dieses Atoms jenen formalen Regeln der Quantentheorie fügen, daß aber schon beim Problem der „gekreuzten Felder“ (Wasserstoffatom in elektrischem und magnetischem Feld verschiedener Richtung) fundamentale Schwierigkeiten auftreten, daß die Reaktion der Atome auf periodisch wechselnde Felder sicherlich nicht durch die genannten Regeln beschrieben werden kann, und daß schließlich eine Ausdehnung der Quantenregeln auf die Behandlung der Atome mit mehreren Elektronen sich als unmöglich erwiesen hat. Es ist üblich geworden, dieses Versagen der quantentheoretischen Regeln, die ja wesentlich durch die Anwendung der klassischen Mechanik charakterisiert waren, als Abweichung von der klassischen Mechanik zu bezeichnen. Diese Bezeichnung kann aber wohl kaum als sinngemäß angesehen werden, wenn man bedenkt, daß schon die (ja ganz allgemein gültige) Einstein-Bohrsche Frequenzbedingung eine so völlige Absege an die klassische Mechanik oder besser, vom Standpunkt der Wellentheorie aus, an die dieser Mechanik zugrunde liegende Kinematik darstellt, daß auch bei den einfachsten quantentheoretischen Problemen an

La mécanique quantique, version Heisenberg

- Quantités observables

- fréquences des raies d'émission ν_{nm}
- intensités des raies I_{nm}
- plus généralement A_{nm}

Un état de départ $\rightarrow n$
 Un état d'arrivée $\rightarrow m$
 \Rightarrow Deux indices nm

- Rangement dans des tableaux

■ $\Rightarrow A$

A_{11}	A_{12}	A_{13}	...	A_{1m}
A_{21}	A_{22}	A_{23}	...	A_{2m}
A_{31}	A_{32}	A_{33}	...	A_{3m}
...
A_{n1}	A_{n2}	A_{n3}	...	A_{nm}

- \Rightarrow règles pour manipuler les tableaux

- par exemple pour calculer une quantité $[C_{nm}]$ à partir de quantités $[A_{ij}]$ et $[B_{kl}]$

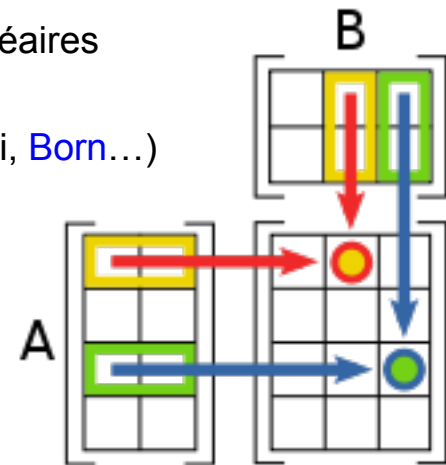
$$C_{nm} = \sum_k A_{nk} B_{km}$$

Des matrices...

- Difficulté : en calculant une quantité [C] à partir des quantités [A] et [B] suivant la règle de Heisenberg

$$C_{nm} = \sum_k A_{nk} B_{km}$$

- l'ordre est important : $\sum_k A_{nk} B_{km} \neq \sum_k B_{nk} A_{km}$ (en général)
- → les quantités [A], [B] et [C] représentées par les tableaux ne sont **pas** des nombres
- Ce sont des **matrices** (Born)
 - utilisées par les mathématiciens pour les systèmes d'équations linéaires
 - ainsi que pour étudier les solutions d'équations différentielles
 - mais jusque là rarement par les physiciens (exceptions: Minkowski, Born...)





Un approche « hamiltonienne »

- Born et Jordan repirent les idées de Heisenberg, en utilisant le calcul matriciel
- et en explicitant la connexion avec la mécanique analytique de Lagrange et Hamilton
 - coordonnées généralisés $q(t)$ et leurs dérivées $q' = \partial q / \partial t$
 - → fonction de lagrange (lagrangien) $L(q, q') = E_c - E_p$
 - → impulsions généralisées $p = \partial L / \partial q'$
 - → hamiltonien $H(p, q) = E_c + E_p$
 - → équations du mouvement $\partial q / \partial t = \partial H / \partial p$ et $\partial p / \partial t = - \partial H / \partial q$
- Une quantité **observable** \Leftrightarrow une matrice
 - Position \Leftrightarrow matrice Q \Leftrightarrow coordonnées généralisées **q**
 - Impulsion \Leftrightarrow matrice P \Leftrightarrow impulsions généralisées **p**
 - Énergie \Leftrightarrow matrice H \Leftrightarrow hamiltonien H de la mécanique analytique

...et des commutateurs

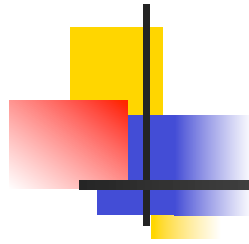
- Quand P et Q sont des matrices, généralement $PQ \neq QP$
 - Et plus précisément $PQ - QP \equiv [P, Q] = -i\hbar I$
 - ← matrice identité
 - ← constante de Planck $h/2\pi$
 - ← $\sqrt{-1}$
- commutateur ↑ ↑

- Heisenberg, Born et Jordan (1925)

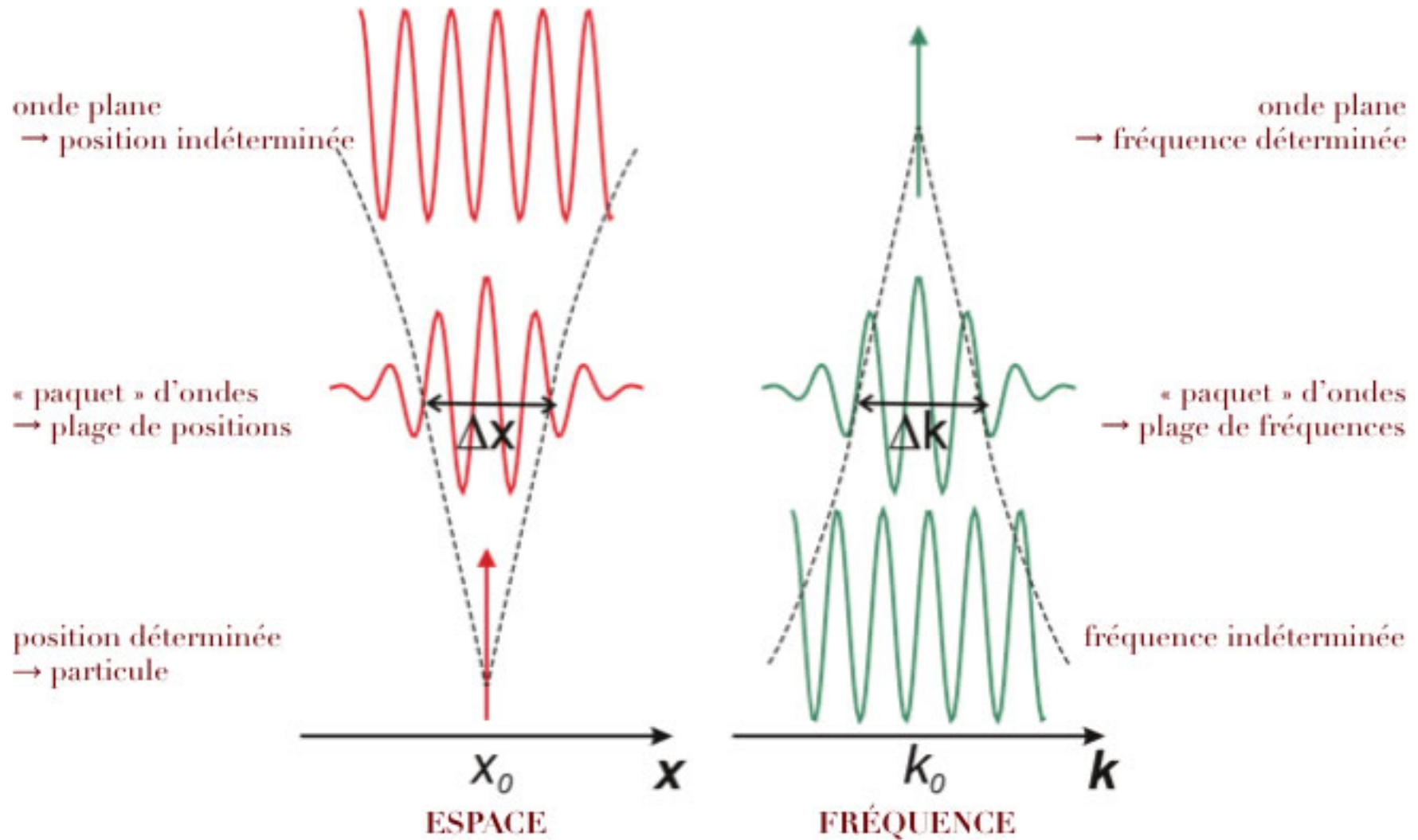
- Diagonalisation de la matrice H ↔ niveaux d'énergie du système étudié

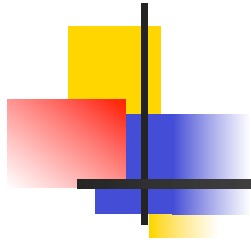
E_1	0	0	...	0
0	E_2	0	...	0
0	0	E_3	...	0
...
0	0	0	...	E_n

- Quantité X conservée $\Leftrightarrow [X, H] = 0$ ↔ évolution $\partial X / \partial t = -i/\hbar [X, H]$



→ inégalités de Heisenberg





MÉCANIQUE ONDULATOIRE

Louis de Broglie et les ondes de matière (1923-1924)

■ Louis de Broglie



■ Part du concept de quantum de lumière

- onde électromagnétique de longueur d'onde λ
- \rightarrow fréquence $\nu = c/\lambda$
- \rightarrow quantum d'énergie $E = h \nu$ et d'impulsion $p = h \nu / c = h/\lambda$

■ Si onde \rightarrow particule... inversement particule \rightarrow onde ?

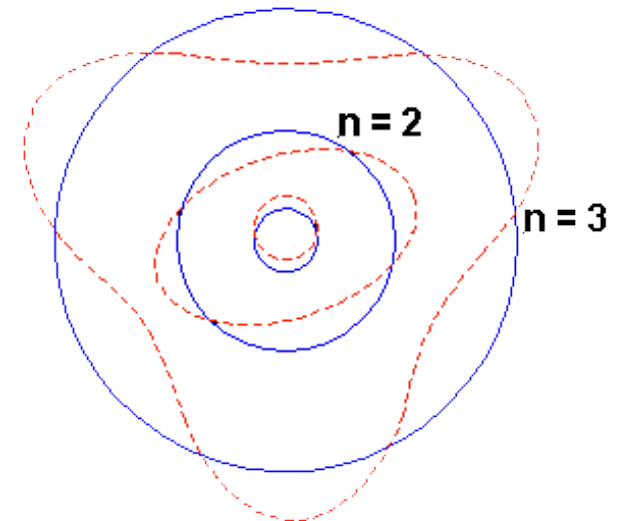
- masse $m \rightarrow$ impulsion mV
- \rightarrow longueur d'onde $\lambda = h/mV$ (longueur d'onde de de Broglie)

■ **Quantification de Bohr**

■ moment angulaire $L \equiv m V R = nh/2\pi \equiv n\hbar$

■ $\Rightarrow 2\pi R = nh/mV = n \lambda$

■ \Rightarrow **orbite de Bohr \Leftrightarrow onde stationnaire**



L'électron est bien une onde

- Diffraction sur un cristal comme les rayons X (Davisson et Germer, 1927)
- Diffraction sur des poudres (méthode de Debye-Scherrer) comme les rayons X (George Paget Thomson, 1928)

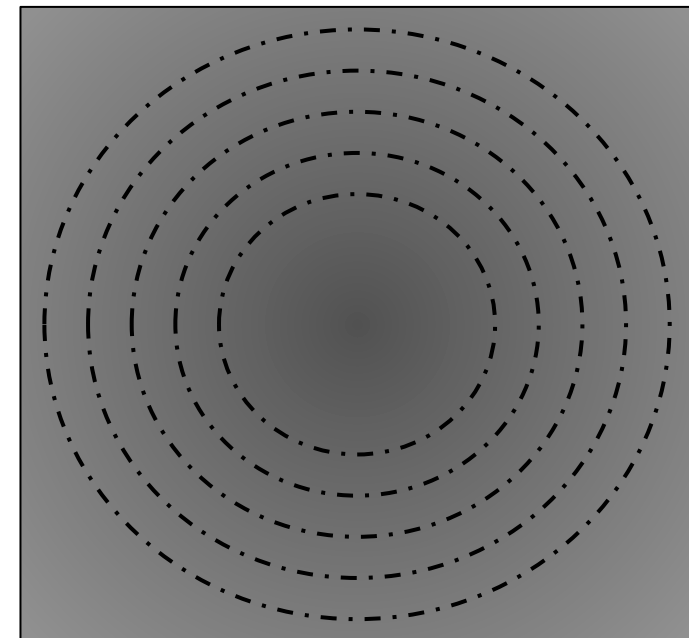
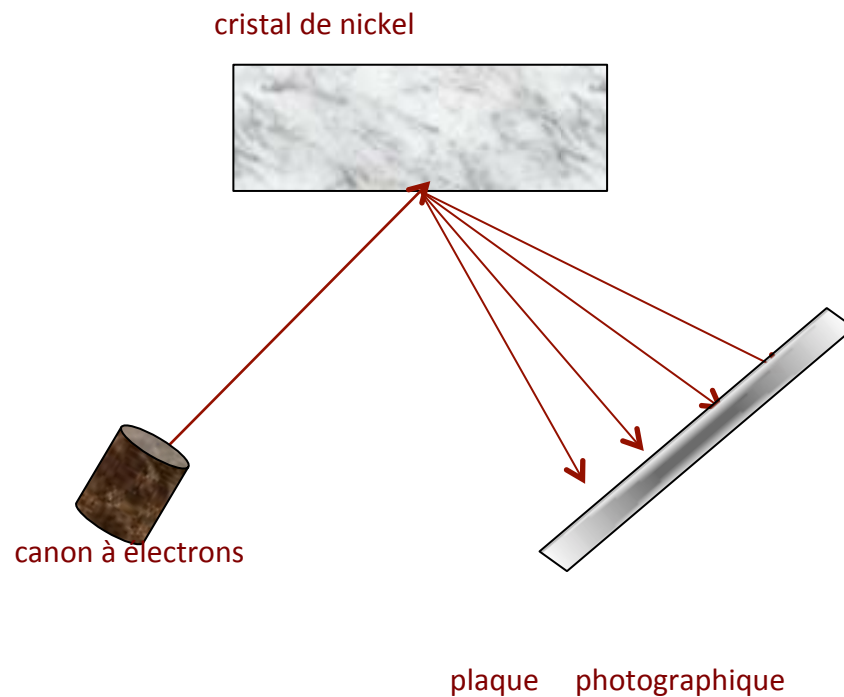

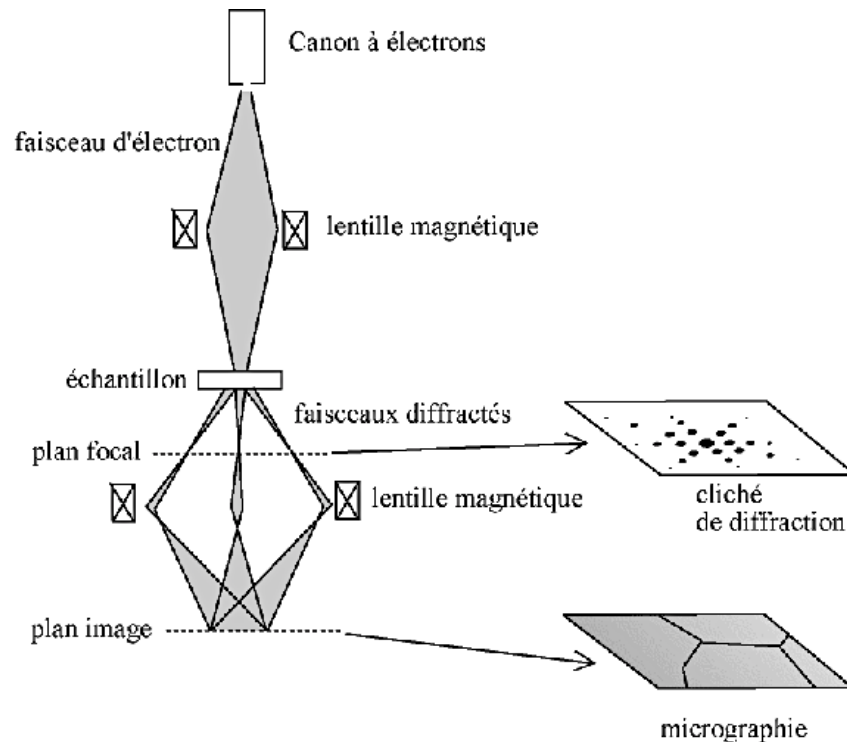


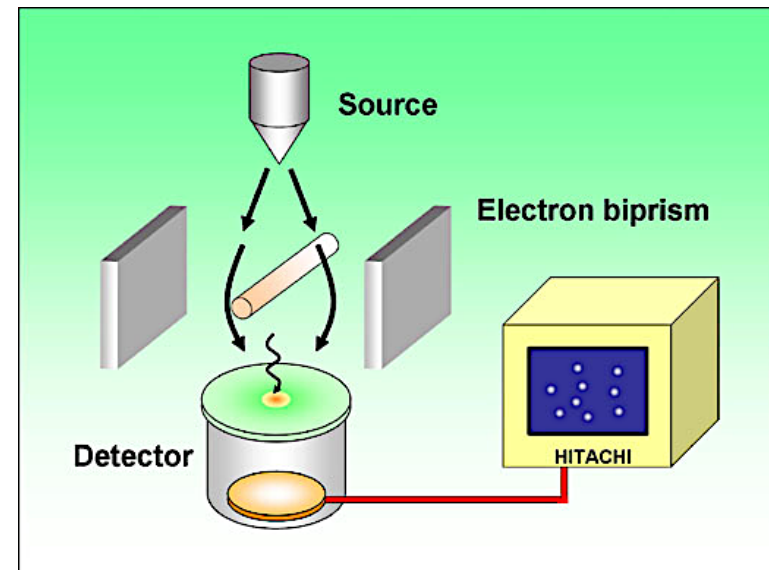
Figure de diffraction

L'électron est bien une onde

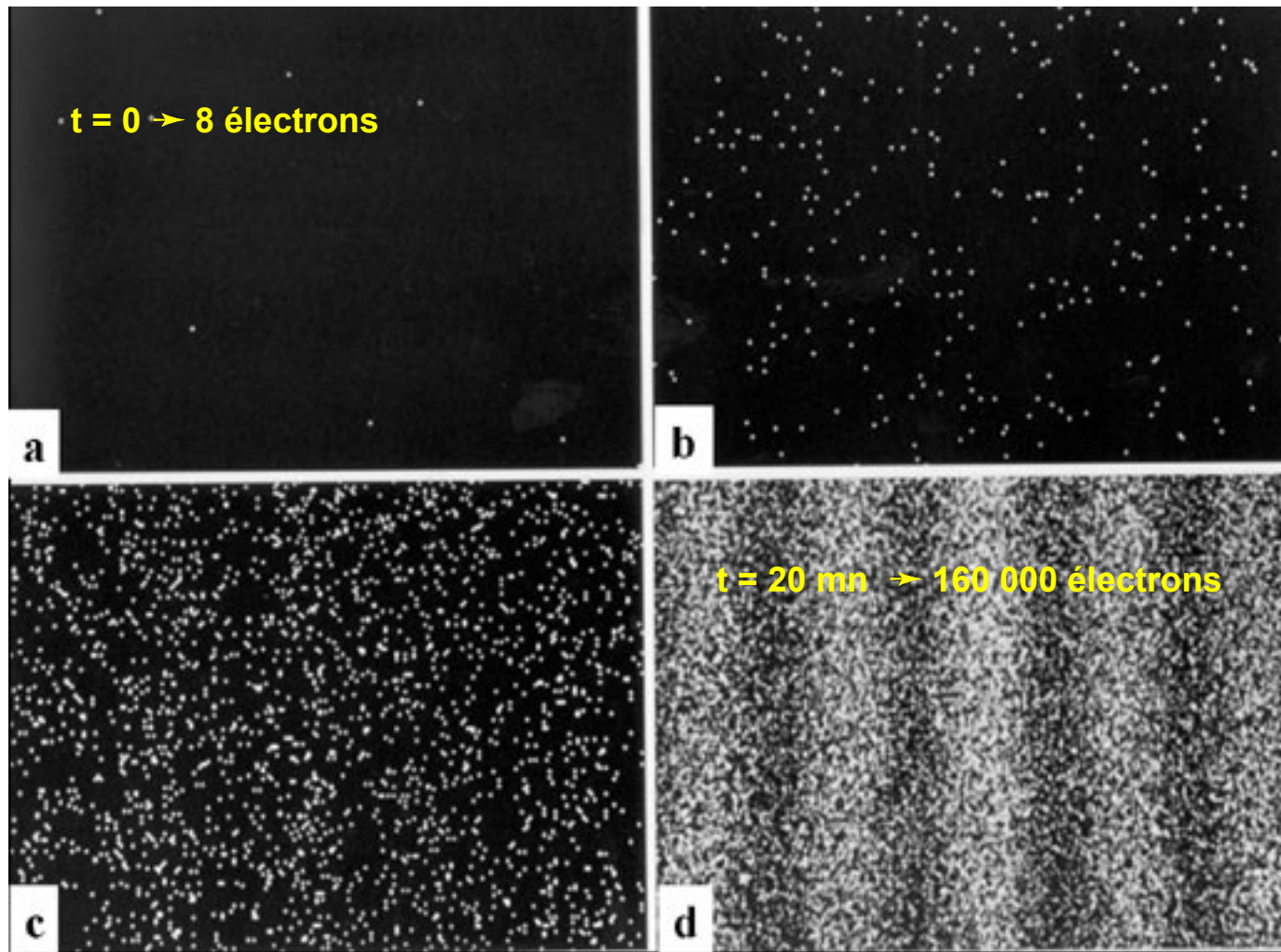
- On peut manipuler des électrons comme on le fait avec une onde électromagnétique
-  **microscope électronique** (Ruska et Knoll 1931)



-  **franges d'interférence** avec des électrons



Apparition progressive de franges d'interférence

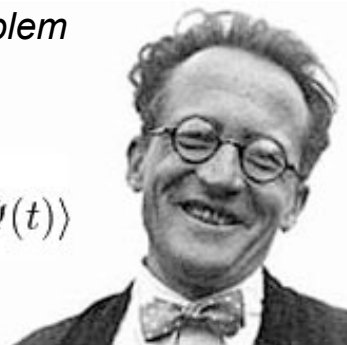


Erwin Schrödinger (1887-1961)



- Elève de Hasenöhrl puis de Exner
 - Travaux sur
 - l'électricité atmosphérique
 - radioactivité bêta
 - vision des couleurs
 - statistique de Bose-Einstein des gaz
- Découvre les idées de de Broglie
 - particule \Leftrightarrow onde $\psi(x,t)$
 - mais **pas d'équation d'onde** pour ψ
 - \rightarrow en recherche une en décembre 1925
 - \rightarrow se résigne à l'équation « de Schrödinger »
 - \rightarrow *Quantisierung als Eigenwertproblem*
- \rightarrow Prix Nobel 1933
- Montre l'équivalence entre **mécanique ondulatoire** et **mécanique des matrices**
- Quitte Berlin en 1933 \rightarrow Oxford \rightarrow Princeton (1934) \rightarrow Graz (1936) \rightarrow Dublin (1940)
- \rightarrow théorie quantique des champs
- 1935 : le « chat »
- 1942 : *Qu'est-ce que la vie ?*

$$\frac{\hat{\mathbf{p}}^2}{2m} |\Psi(t)\rangle + V(\hat{\mathbf{r}}, t) |\Psi(t)\rangle = i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(t)\rangle$$



Erwin S. n'obtint de poste ni à Oxford ni à Princeton...



Équation de Schrödinger

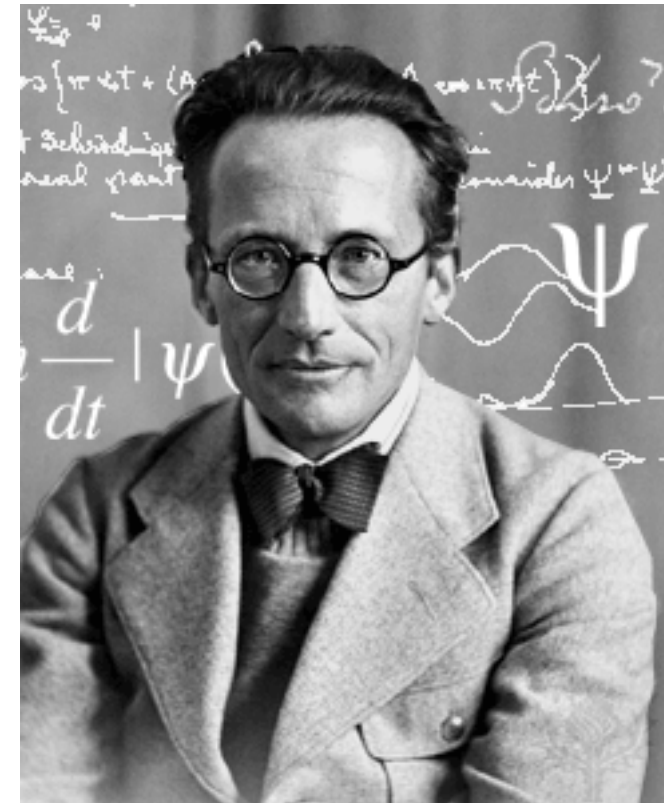
■ Premier essai

- électromagnétisme de Maxwell $\square \psi = 0 \rightarrow \square \psi + m\psi = 0 ?$ [éq. de Klein-Gordon]
- \Rightarrow atome d'hydrogène

■ Deuxième essai (\pm empirique)

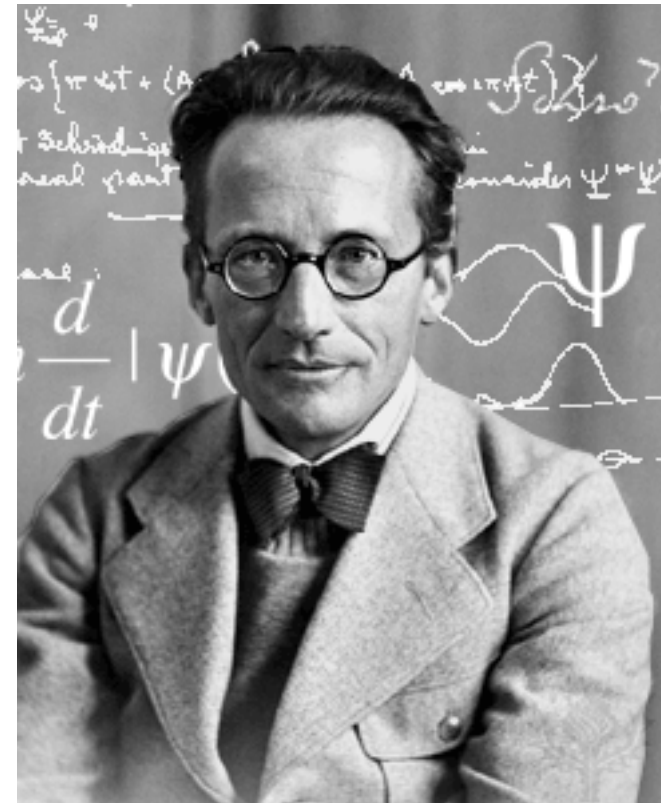
- équation de type $\partial\psi/\partial t = F(\partial/\partial x, \psi)$
- sur le modèle $\partial E/\partial t = \nabla \times B$ et $\partial B/\partial t = -\nabla \times E$
- $E = p^2/2m \rightarrow \omega = \hbar k^2/2m$ [$k = p/\hbar$ et $\omega = E/\hbar$]
- onde plane $\psi(x,t) = \exp i \{ kx - \omega t \}$
- $\rightarrow \partial\psi/\partial t = i \omega \psi$
- $\rightarrow \partial\psi/\partial x = i k \psi \rightarrow \partial^2\psi/\partial x^2 = -k^2 \psi$
- $\rightarrow F(\psi) = i \hbar/2m \partial^2\psi/\partial x^2 = i \hbar/2m \Delta\psi$

■ $\rightarrow i \hbar \partial\psi/\partial t = -\hbar^2/2m \Delta\psi + V(x)\psi(x,t)$



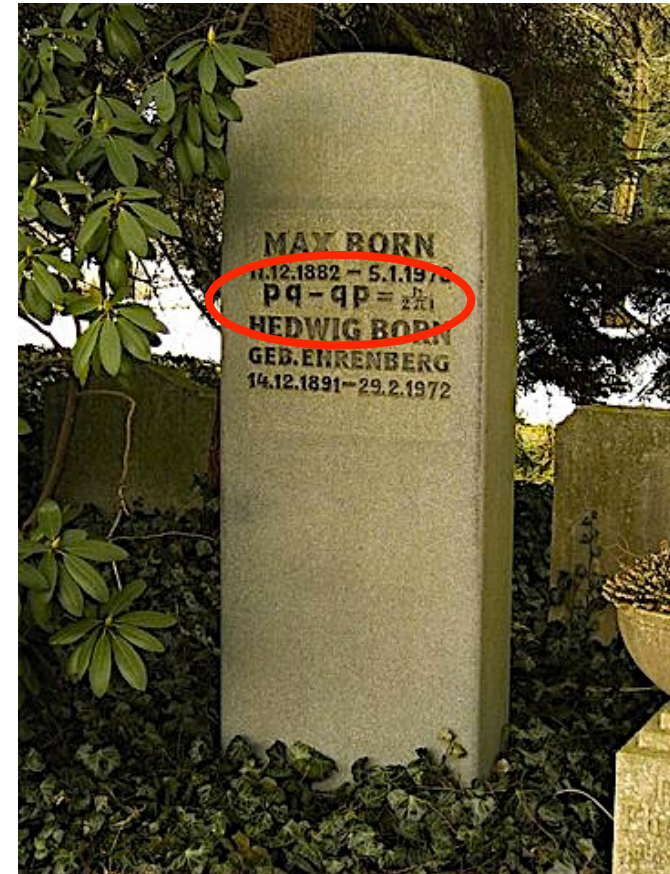
Équation de Schrödinger

- Trois caractéristiques
 1. Nombres complexes \Rightarrow l'onde ψ est une fonction *intrinsèquement* complexe
 2. Équation *linéaire* en ψ
 - ψ_1 et ψ_2 solutions $\Rightarrow \psi_1 + \psi_2$ solution
 - **origine de tous les paradoxes**
 3. Équation différentielle *du 1^o ordre* en temps
 - $\psi(x,0)$ détermine $\psi(x,t)$ pour tout temps t
 - la mécanique quantique est **déterministe**



Interprétation de Born

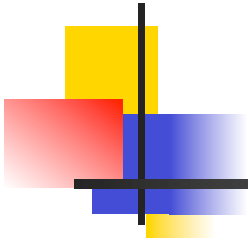
- De Broglie, Schrödinger : onde = onde matérielle
- ➔ densité d'électron $|\psi|^2 = \psi^*\psi$
 - ➔ densité de masse $m|\psi|^2$
 - ➔ densité de charge $e|\psi|^2$
- ➔ paradoxes (autointeraction...)
- **Max Born** : $|\psi|^2$ est une densité de **probabilité**
- $|\psi(x,t)|^2$ est la **densité de** probabilité de trouver l'électron au point x au temps t
- 🏆 Prix Nobel de physique 1954
- mais il considérait que sa contribution essentielle était le commutateur $[P, Q] = -i\hbar$





La boîte de Pandore...





Merci de votre attention !

