



INTRODUCTION À L'ASTROPHYSIQUE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE



Alain Bouquet

Laboratoire AstroParticule & Cosmologie

Université Denis Diderot Paris 7, CNRS, Observatoire de Paris & CEA



La relativité générale est un jeu d'enfant

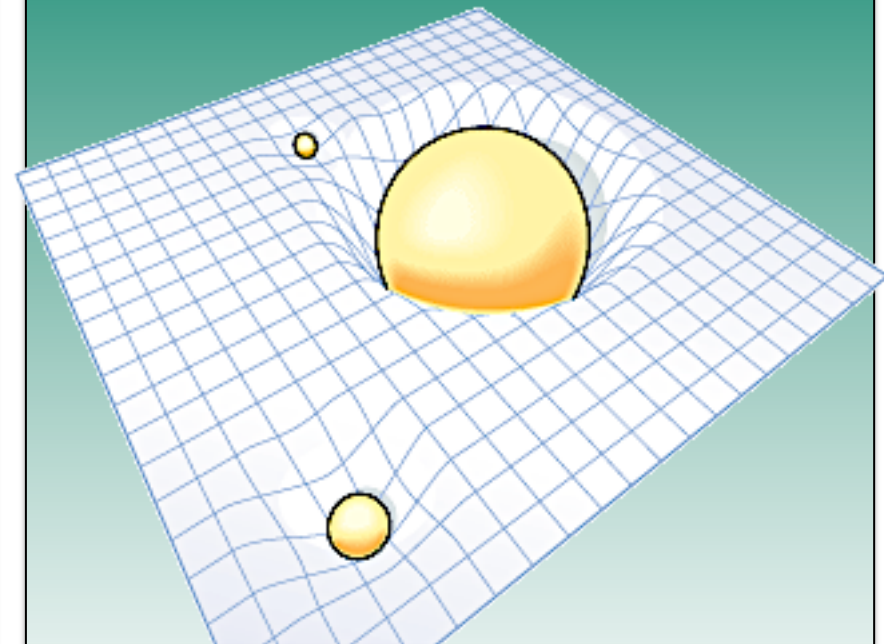


La relativité générale en deux ph(r)ases

- L'espace-temps possède une courbure qui influence le déplacement de la matière et de la lumière



- La présence de matière et de lumière influence la courbure de l'espace-temps



ATTENTION: IL S'AGIT DE LA COURBURE DE L'ESPACE-TEMPS

La relativité générale est une hydre à deux têtes

- Géométrie \Leftrightarrow métrique $g_{\mu\nu}$

- Pythagore !

- $\partial s^2 = \Sigma g_{\mu\nu} \partial x_\mu \partial x_\nu$

- $g_{\mu\nu} \rightsquigarrow R_{\mu\nu\rho\sigma}$ (tenseur de Riemann)

- $\rightsquigarrow R_{\mu\nu}$ (tenseur de Ricci)

- $\rightsquigarrow R$ (scalaire de Ricci)

- $\rightsquigarrow G_{\mu\nu}$ (tenseur d'Einstein)



- Dynamique \Leftrightarrow matière $T_{\mu\nu}$

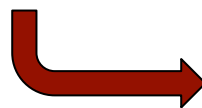
- Matière ordinaire (étoiles, tables...)

- Matière extraordinaire (noire...)

- Rayonnements en tous genres

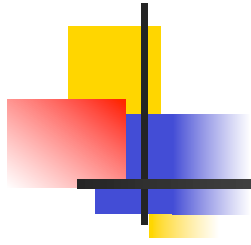
- Énergie noire

- $\rightsquigarrow T_{\mu\nu}$ (tenseur énergie-impulsion)

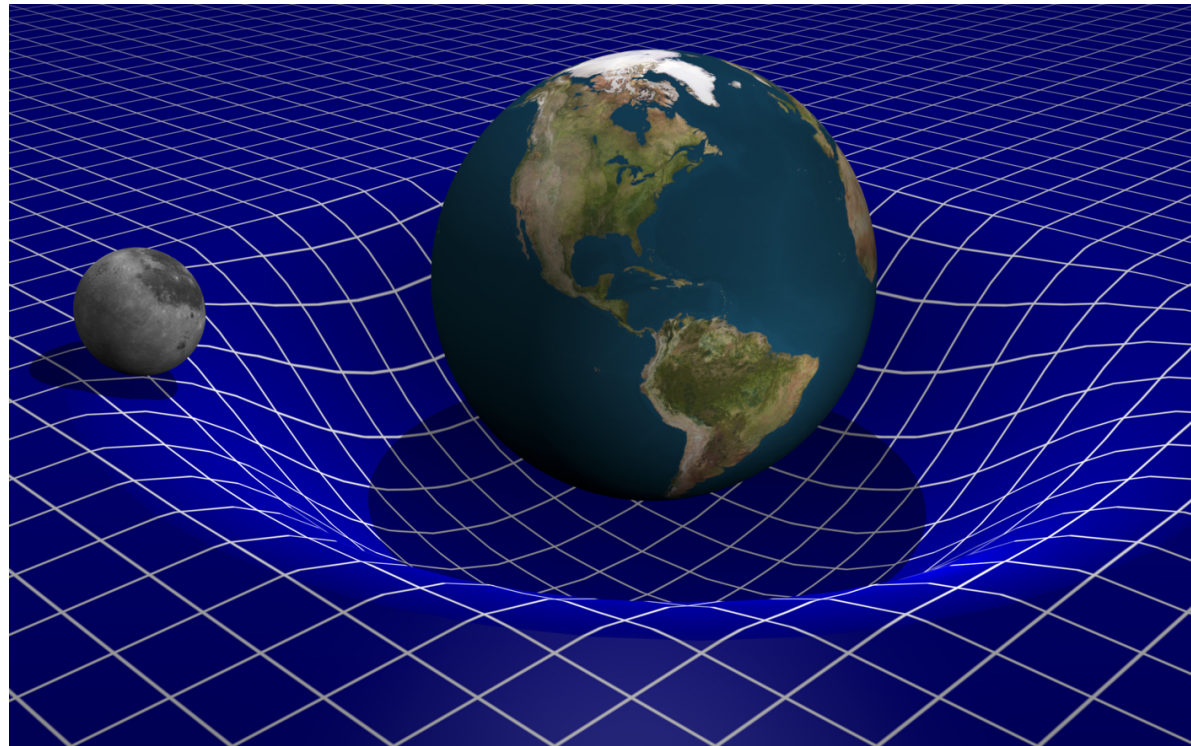


$$G_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$



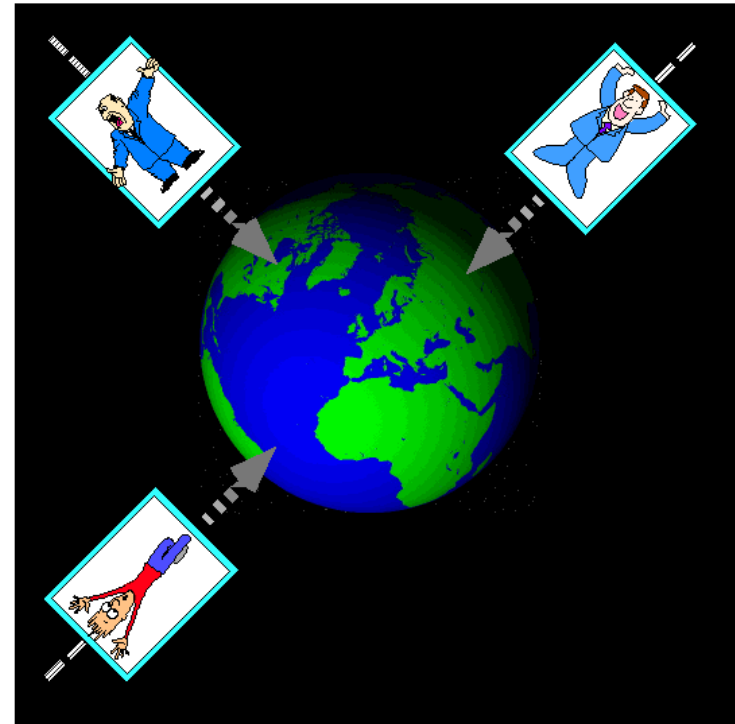


EINSTEIN



Principe d'équivalence

- La gravitation accélère tous les corps de la même façon
 - comme le fait la force centrifuge
 - serait ce donc en réalité une force d'inertie ?
 - due à un « mauvais » choix de référentiel ?
 - qui disparaîtrait dans un « bon » référentiel ?
- Par exemple en chute libre les effets de la gravité disparaissent
 - → ascenseur d'Einstein
 - → satellite en orbite terrestre
- Mais cela n'est possible que localement, dans un volume **limité** de l'espace
- [Comparaison entre points séparés \Leftrightarrow effets de marée]
-  **courbure de l'espace-temps**



Une question de courbure

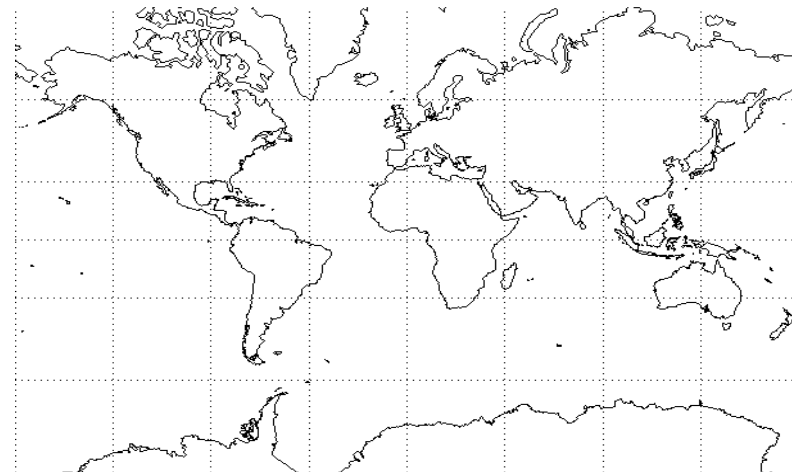
- Analogie avec la surface de la Terre

- près de chaque point, la surface est à peu près plate et on peut tracer une carte locale euclidienne

- Mais il est impossible de raccorder ces cartes sans déformer la surface. On peut conserver

- soit les **angles** (projection conforme)
 - Mercator, Lambert, etc.
- soit les **surfaces** (projection équivalente)
 - Peters, Albers, etc.
- **mais jamais les deux à la fois**

- Mercator

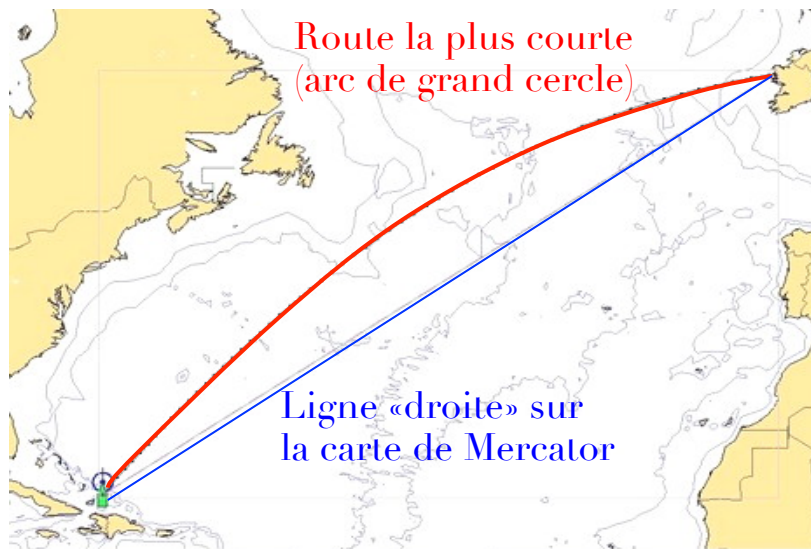


- Cela indique que le plan possède une courbure intrinsèque différente de la sphère

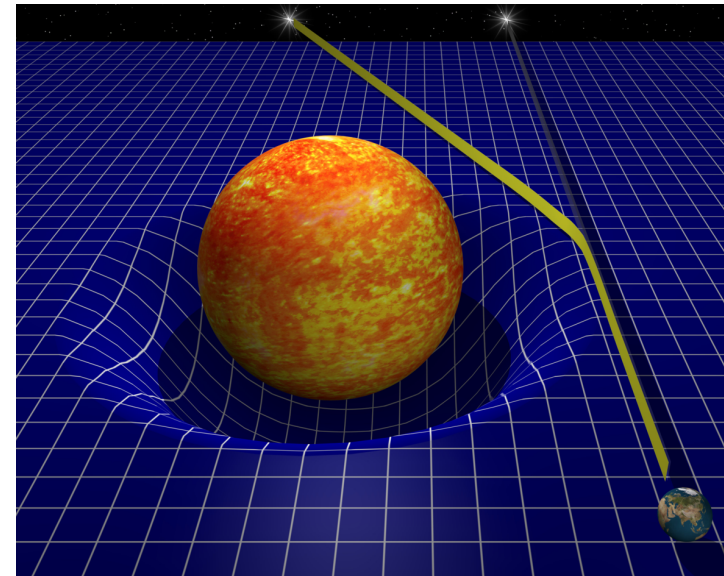
- Intrinsèque? Le cylindre a la même courbure que le plan, puisqu'on peut rouler une carte sans la déformer.

«Déviation» des rayons lumineux

- La lumière se déplace en ligne droite
- Mais la ligne droite (le chemin le plus court) peut sembler courbe quand on utilise un référentiel inadéquat
- Analogie: encore la surface de la Terre
 - Pour aller d'Irlande aux Antilles



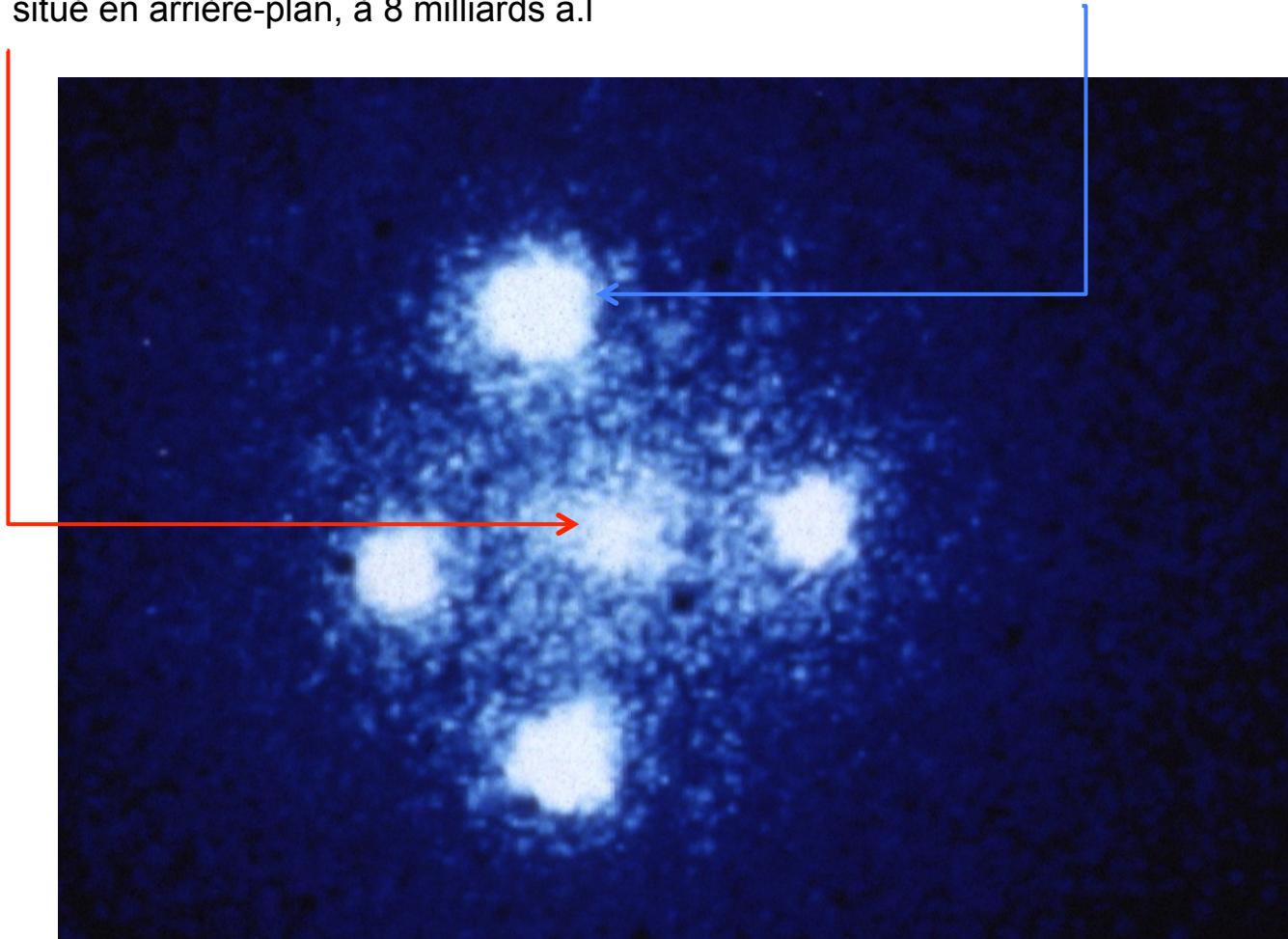
- Déviation de la lumière à proximité d'une masse

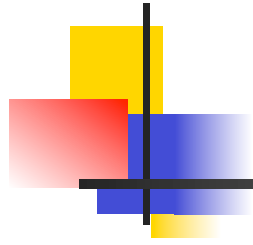


- Un rayon lumineux qui rase le Soleil est dévié de 1'' d'arc
- → premier test de la relativité générale en 1919

La Croix d'Einstein

- La galaxie ZW 2237+030 à 400 millions a.l. donne 4 images du quasar QSO 2237+0305 situé en arrière-plan, à 8 milliards a.l.

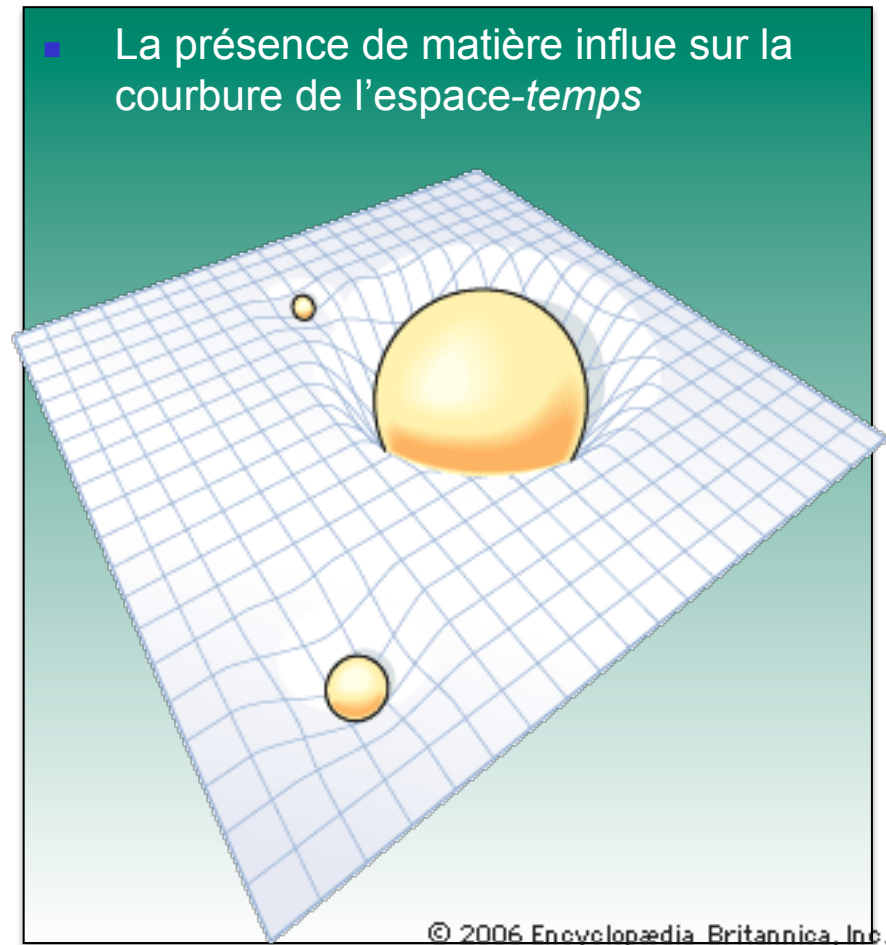




MATIÈRE \Leftrightarrow COURBURE

Comment la matière courbe l'espace-temps

- Naïvement: plus il y a de matière, plus il y a de courbure
- Mais il y a de la courbure (= de la gravité) même là où il n'y a pas de matière
 - au-dessus de la Terre par exemple!
 - ou loin du Soleil
- ☞ plus subtil
 - la matière induit une courbure là où elle se trouve
 - cette courbure induit une courbure plus faible dans son voisinage
 - ☞ et de proche en proche...





Un peu de maths ? Courbure \Leftrightarrow matière

- La matière est décrite par sa distribution
 - de masse (densité pour une distribution continue)
 - d'énergie (rappel $E = mc^2$)
 - de quantité de mouvement (impulsion)
 - de température, pression...

- encodée dans un objet mathématique, le **tenseur énergie-impulsion** $T_{\mu\nu}$
 - qui varie en général d'un point à l'autre

- La courbure est encodée dans le **tenseur métrique** $g_{\mu\nu}$
 - celui de $\partial s^2 = \sum g_{\mu\nu} \partial x_\mu \partial x_\nu$

- Idée la plus simple

$$g_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}$$

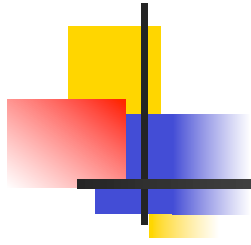
- mais cela
 1. conduit à des incohérences mathématiques
 2. ne redonne pas la théorie de Newton

- Meilleure idée : calculer *à partir* du tenseur métrique un autre tenseur $G_{\mu\nu}[g]$ qui soit adéquat

- Einstein y a passé des années
- Hilbert a ensuite trouvé une voie directe (en utilisant le principe de moindre action)

-  équation d'Einstein

$$G_{\mu\nu}[g] = T_{\mu\nu}$$



BIG BANG

Espace-temps de Minkowski

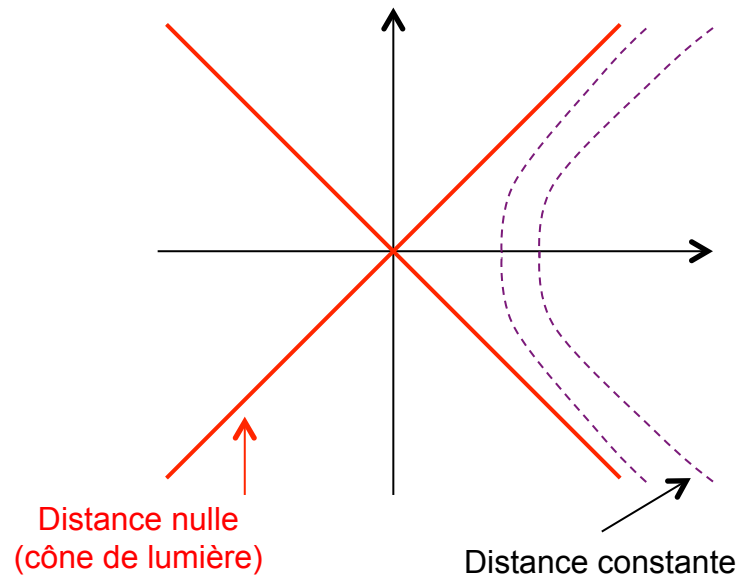
- 3 dimensions d'espace + 1 de temps



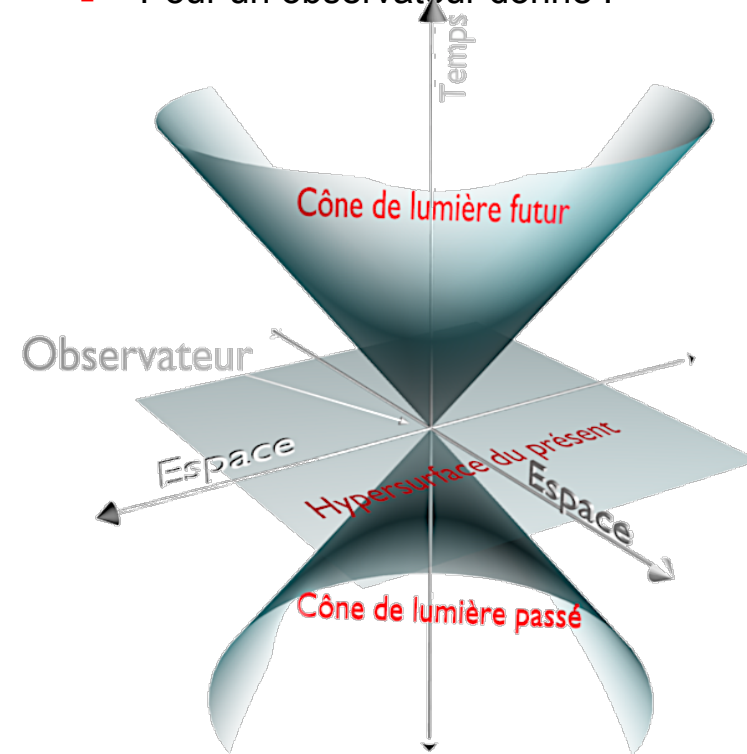
Espace-temps

- Minkowski

$$\partial s^2 = c^2 \partial t^2 - \partial x^2$$



- Pour un observateur donné :



- Géométrie « hyperbolique »

La théorie du big bang de Friedmann et Lemaître

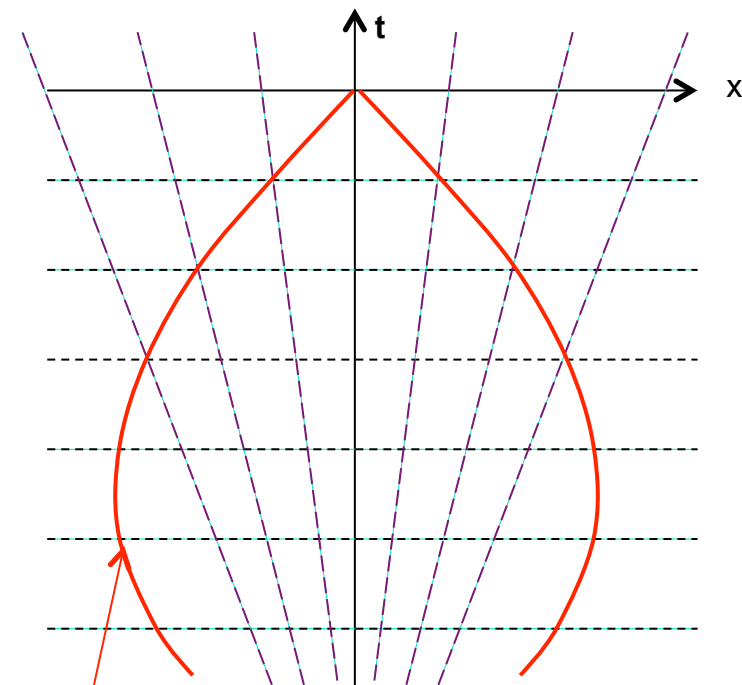
- Hypothèse de départ :
- L'univers est partout identique
 - en tout lieu (**principe cosmologique**)
 - en tout temps (~~pr. cosm. parfait~~)



- \Rightarrow tenseur énergie-impulsion ne dépendant que du temps

- \Rightarrow métrique très simple de Robertson-Walker

$$\partial s^2 = c^2 \partial t^2 - a^2(t) \partial x^2$$

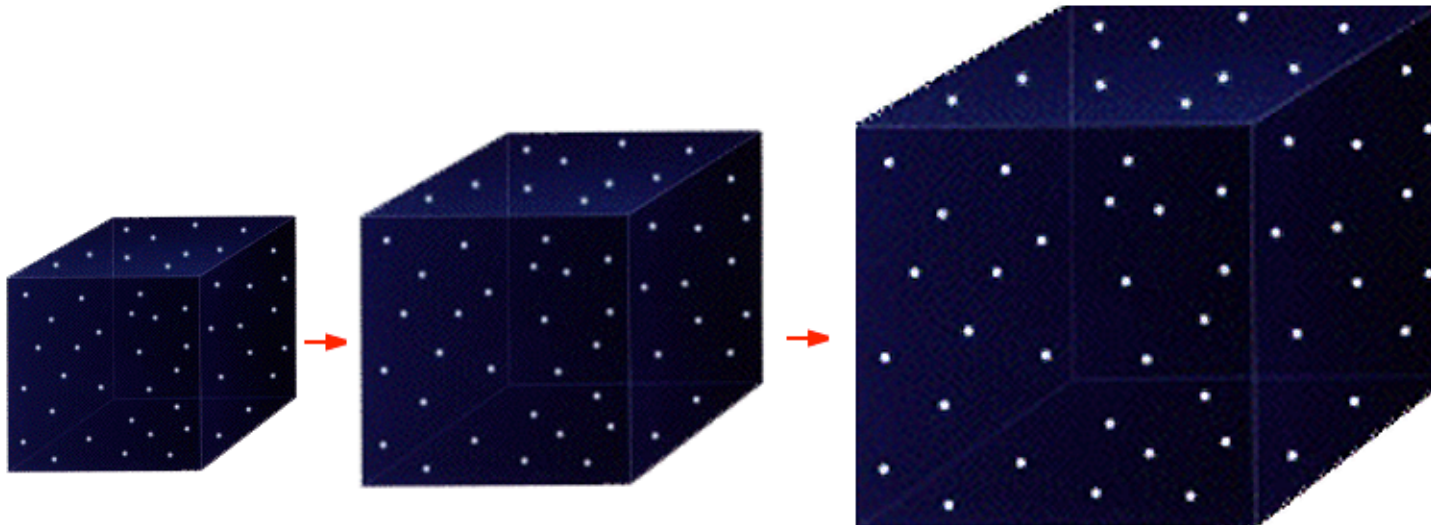


Distance nulle (cône de lumière)

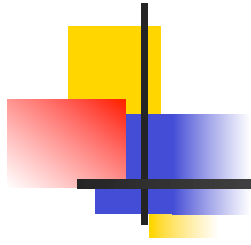
- \Rightarrow expansion de l'espace

Le paramètre d'échelle

- Une distance physique $D = a(t) \Delta\chi$ varie avec le temps (augmente dans la théorie du big bang)
- Cette dilatation de l'espace est identique pour tous les points



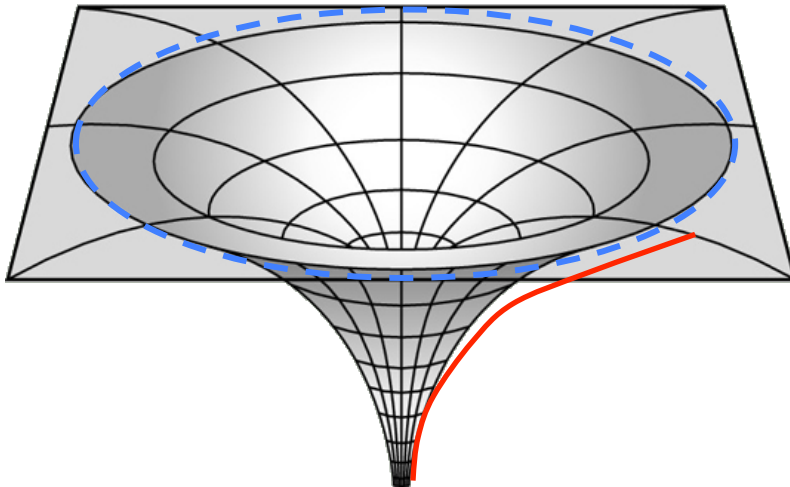
- Les coordonnées comobiles χ , θ et φ ne changent pas avec le temps
- On retrouve automatiquement la loi de Hubble



SCHWARZSCHILD

Schwarzschild et les singularités

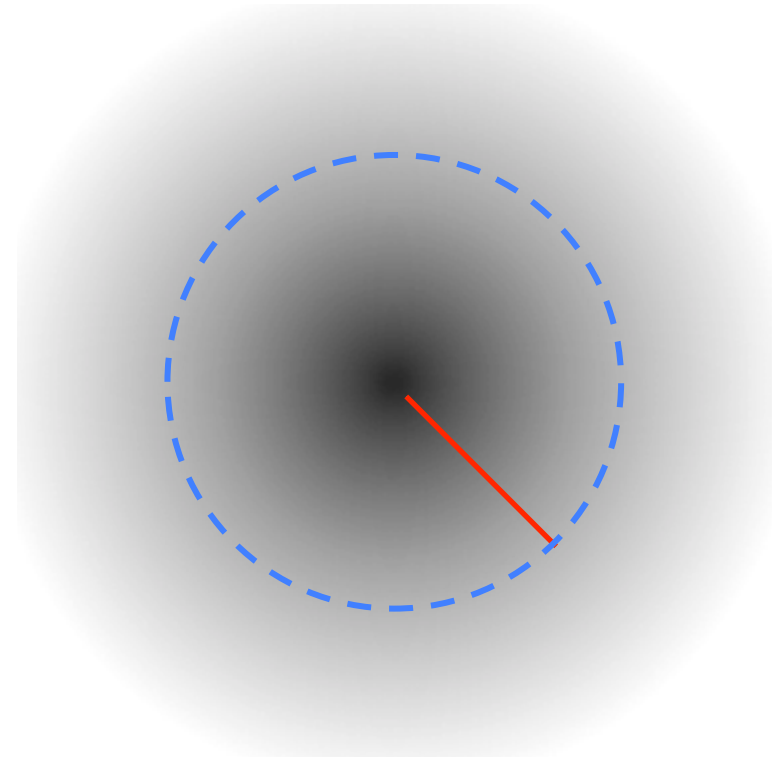
- Einstein a vérifié en 1915 que sa théorie reproduisait bien celle de Newton pour un champ faible
- Schwarzschild a donné en 1916 la solution générale pour une distribution de matière sphérique et limitée (étoile)



- Pour une distribution **ponctuelle**, la courbure devient **infinie** à l'origine

TROU NOIR

- Circonférence $\ll 2\pi$ Rayon





Métrie de Schwarzschild

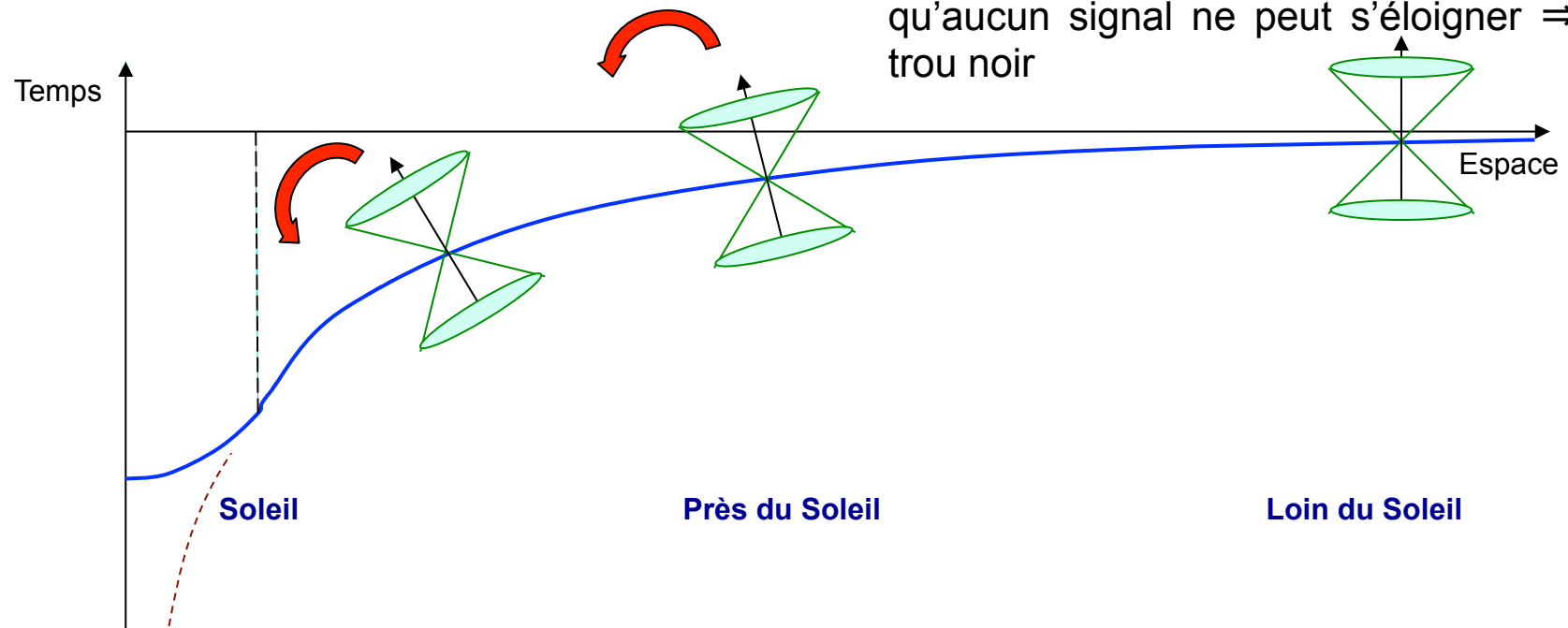
- Masse M ponctuelle
- \Rightarrow métrique

$$c^2 d\tau^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

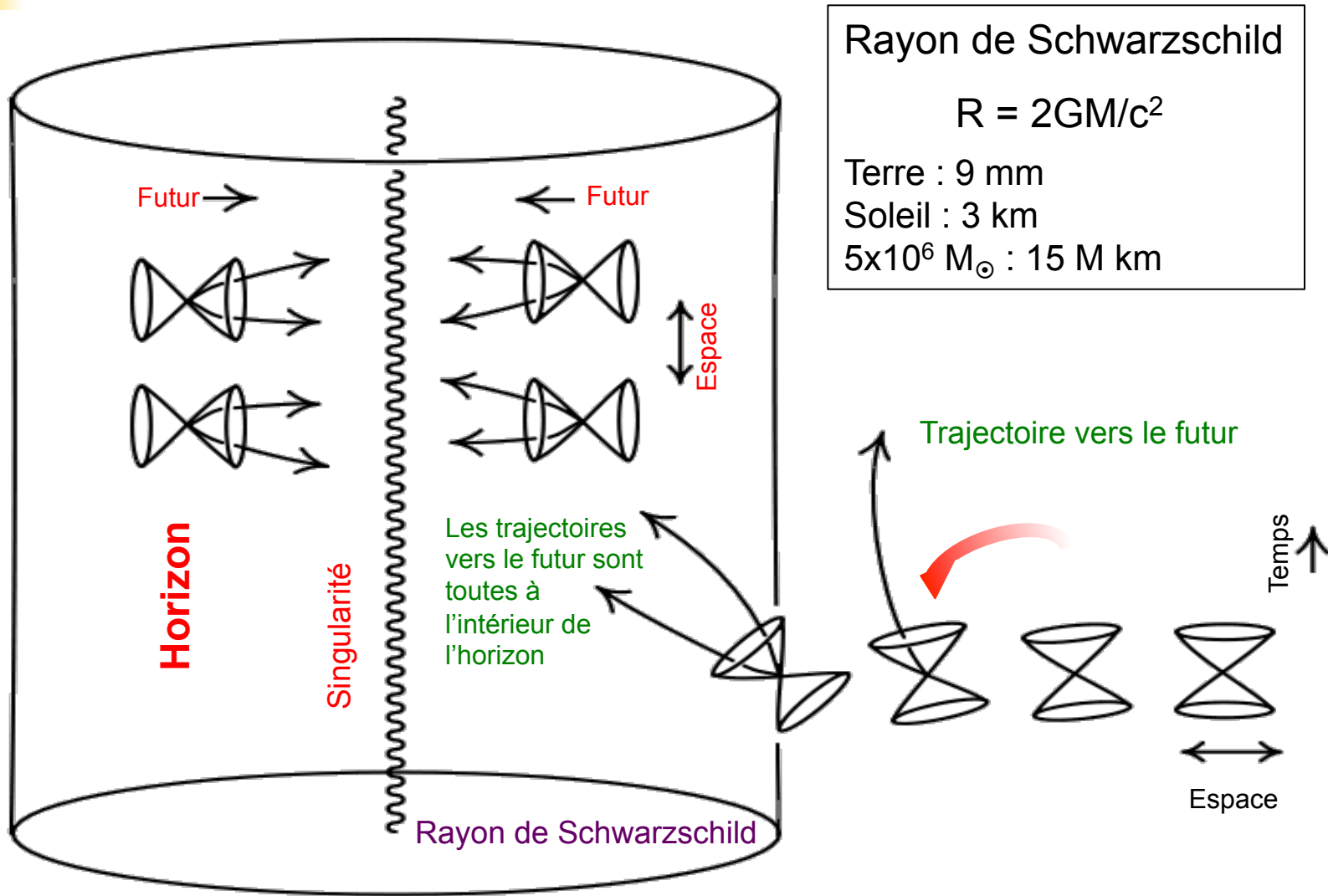
- où r_s est le rayon de Schwarzschild = $2GM/c^2$
 - Terre : 9 mm
 - Soleil : 3 km
 - $5 \times 10^6 M_\odot$: 15 millions de km
- La métrique n'est pas définie pour $r = r_s \Rightarrow$ **artefact** du choix de coordonnées

Déviation de la lumière et causalité

- Aucun signal ne peut se propager plus vite que la lumière
- \Rightarrow L'intérieur du cône de lumière est l'ensemble des événements causalement connectés à l'origine
- La déformation de l'espace-temps incline le cône de lumière **en direction de la source** de gravitation
- \Rightarrow quand la gravité devient très intense, le cône est tellement incliné qu'aucun signal ne peut s'éloigner \Rightarrow trou noir

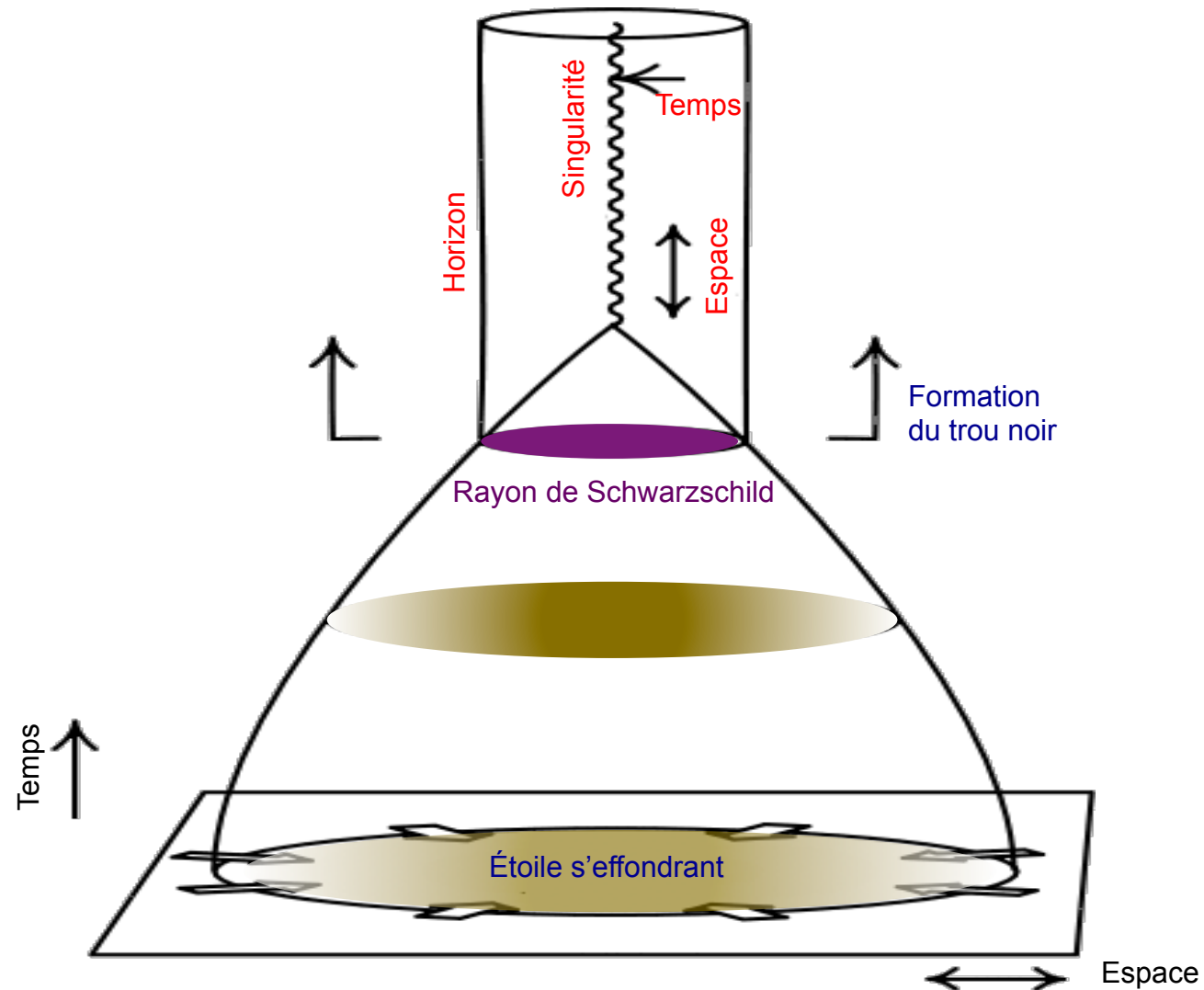


Rotation des cônes de lumière et horizon

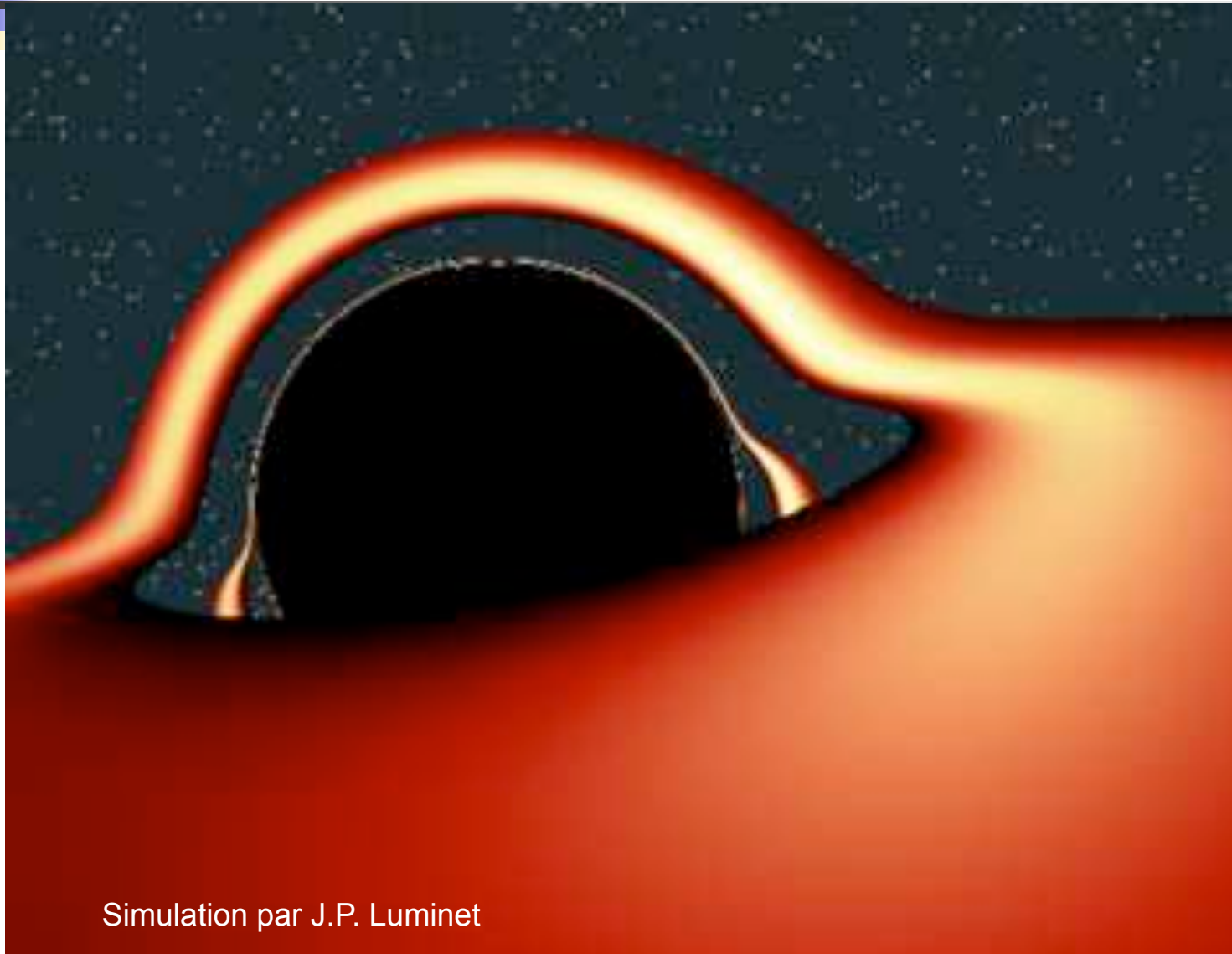


Rappel : l'espace-temps possède 4 dimensions

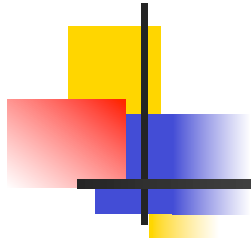
Effondrement d'une étoile en trou noir



À quoi ressemble un trou noir ?



Simulation par J.P. Luminet

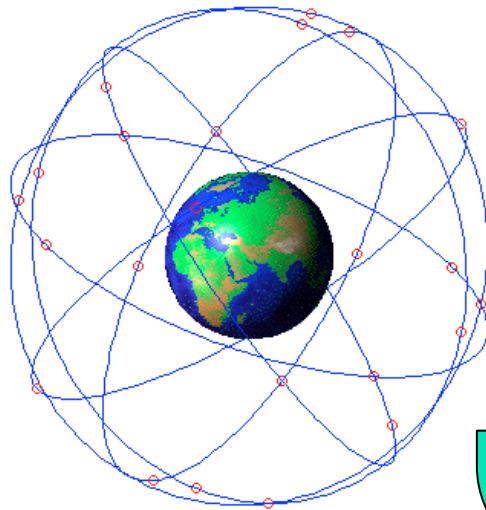


TESTS DE LA RELATIVITÉ GÉNÉRALE

Tests de la relativité générale

■ Le GPS

- La différence entre les temps d'arrivée des signaux de 4 satellites indique la position



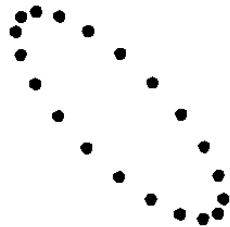
- Précision ~ 10 m
- Si on tient compte de la RG
- (changement de fréquence des horloges)

- Déviation de la lumière
- Effet Shapiro
- Décalage gravitationnel des fréquences
- Ralentissement des pulsars binaires
- Mirages gravitationnels
- Théorie du big bang

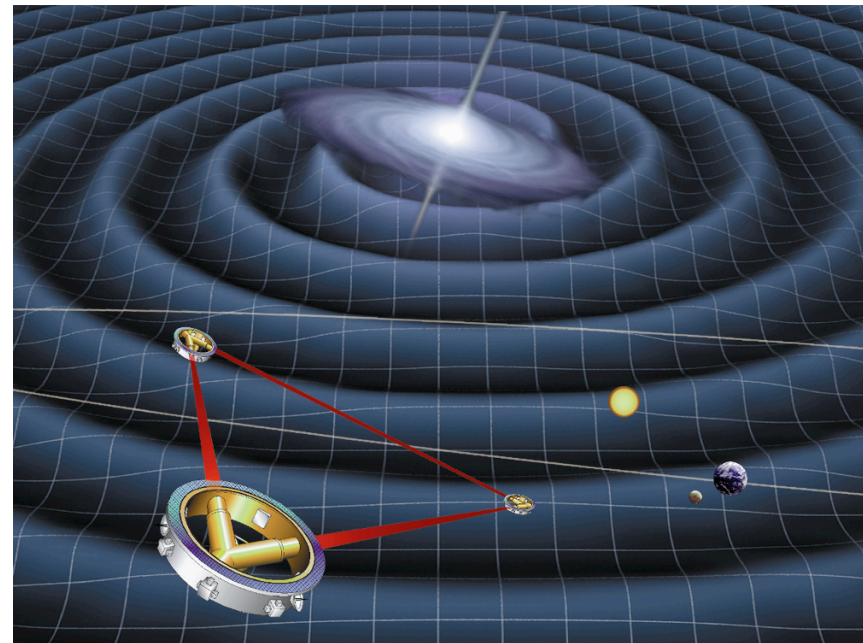


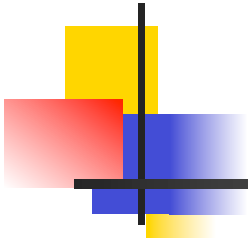
Ondes gravitationnelles

- Une déformation de l'espace qui se déplace est une onde gravitationnelle
- Elle se manifeste comme une variation périodique de la position de points «fixes»
- Observations indirectes: pulsar binaire
- Observations directes
 - ~~Weber~~
 - LIGO, VIRGO ?
 - LISA/NGO ?



- Elle est produite par le mouvement périodique de masses
- Son ampleur est extrêmement faible
 - même avec de grandes masses (étoiles) en mouvement rapide (effondrement)
 - $\partial X/X < 10^{-20}$





Merci de votre attention !

